

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Інститут аерокосмічних технологій  
Кафедра авіа- та ракетобудування**

«На правах рукопису»  
УДК \_\_№ 3455-с  
від 04 грудня 2020\_\_

До захисту допущено:  
В. о. завідувача кафедри  
\_\_\_\_\_ Володимир КАБАНЯЧИЙ  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.

**Магістерська дисертація**

**на здобуття ступеня магістра**

**за освітньо-професійною програмою «Літаки і вертольоти»  
зі спеціальності 134 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка»  
на тему: «Система стабілізації мікросупутника з тангажним  
двигуном»**

Виконала:

студентка VI курсу, групи АК-91мп  
Павлова Вікторія Віталіївна \_\_\_\_\_

Керівник:

Професор, доктор технічних наук  
Рижков Лев Михайлович \_\_\_\_\_

Рецензент:

Доцент каф. СКЛА, к.т.н., доцент  
Сердюк Анатолій Анатолійович \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській  
дисертації немає запозичень з  
праць інших авторів без  
відповідних посилань.  
Студентка \_\_\_\_\_

**Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”**

Факультет (інститут) інститут аерокосмічних технологій  
( повна назва )

Кафедра авіа- та ракетобудування  
( повна назва )

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність 134 – Авіаційна та ракетно-космічна техніка  
(код і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_  
(підпис) В.В. Сухов  
(прізвище та ініціали)

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**ЗАВДАННЯ  
НА МАГІСТЕРСЬКУ ДИСЕРТАЦІЮ СТУДЕНТУ**

Павловіч Вікторії Віталіївни  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема Система стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном

Науковий керівник Рижков Лев Михайлович, д.т.н., професор,  
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від “ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ року № \_\_\_\_\_

2. Строк подання студентом дисертації 20 року

3. Об'єкт дослідження Система стабілізації мікросупутника на основі тангажного двигуна

4. Предмет дослідження Розробка та дослідження математичної моделі системи стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном

5. Перелік питань, які потрібно розробити

1). Аналіз сучасних способів стабілізації мікросупутника в орбітальній системі координат

2) Виявлення проблемних питань та нерозв'язаних задач

3) Розробка системи стабілізації мікросупутника в орбітальній системі координат

4) Дослідження динаміки мікросупутника з тангажним двигуном

6. Перелік ілюстративного матеріалу

1) Плакат з постановкою задач досліджень – 1л. формату А-1.

2) Плакат з математичною моделлю системи стабілізації – 1л. ф. А-1.

3) Плакат зі структурною схемою системи стабілізації – 1л. ф. А-1.

4) Плакати з результатами моделювання роботи системи стабілізації – 2л. ф. А-1.

7. Перелік публікацій

1) Доповідь на науково-технічній конференції за темою досліджень.

8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

9. Дата видачі завдання 10.09.2020 року

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів дисертації	Примітка
1.	Огляд літератури з існуючих систем стабілізації мікросупутників	До 14.09.2020	
2.	Розробка математичної моделі системи стабілізації мікросупутника на основі використання тангажного двигуна	До 30.09.2020	
3.	Розробка структурної схеми системи стабілізації	До 15.10.2020	
4.	Розрахунок системи стабілізації	До 31.10.2020	
5.	Розробка пакета програм моделювання системи стабілізації	До 15.10.2020	
6.	Моделювання системи стабілізації	До 30.11.2020	
7.	Оформлення дисертації та захист магістерської дисертації	До 01.12.2020	

**Студент**

\_\_\_\_\_ ( підпис )

Павлова В.В.  
(прізвище та ініціали)

**Науковий керівник дисертації**

\_\_\_\_\_ ( підпис )

Рижков Л.М.  
(прізвище та ініціали)

## Реферат

Пояснювальна записка до ДП «Система стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном» містить 111 сторінки тексту, 52 ілюстрації, та 23 таблиці.

Актуальність досліджень обумовлена необхідністю розробки простих, достатньо точних пасивних систем стабілізації мікросупутників.

Мета даної роботи – дослідити та обґрунтувати доцільність використання системи стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном.

Перелік питань, які необхідно розробити:

- 1) Аналіз сучасних способів стабілізації мікросупутника в орбітальній системі координат
- 2) Виявлення проблемних питань та нерозв'язаних задач
- 3) Розробка системи стабілізації мікросупутника в орбітальній системі координат
- 4) Дослідження динаміки мікросупутника з тангажним двигуном

Об'єкт дослідження - система стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном.

Предмет дослідження - структура, параметри та особливості роботи системи стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном

Методи дослідження – у даній роботі проводилося аналітичне дослідження зовнішніх збурюючих моментів які діють на супутник. Також проводилось дослідження руху мікросупутника навколо центра мас, а саме їх аналітичне дослідження та моделювання руху у системі MATLAB Simulink. Також проводилось моделювання впливу запуску тангажного двигуна-маховика на орієнтацію мікросупутника.

Отримані у дисертації результати можна віднести до категорії науково нових через новизну описаного методи, який не був використаний чи описаний в інших роботах. Різниця між даним методом та методами, які були використані раніше полягає у тому, що: в даному випадку для стабілізації по трьом вісям використовується тільки один керуючий орган, а не три, як це було в попередніх.

Ключові слова: мікросупутник, маховик, тангажний двигун, стабілізація, збурюючий момент.

## **Abstract**

The explanatory note to degree project "Microsatellite Stabilization System with Pitch Engine" contains 111 pages of text, 52 illustrations, and 23 tables.

The urgency of research is due to the need to develop simple, fairly accurate passive stabilization systems for microsatellites.

The purpose of this work is to investigate and substantiate the feasibility of using a microsatellite stabilization system with a pitch engine.

List of issues to be developed:

- 1) Analysis of modern methods of microsatellite stabilization in the orbital coordinate system
- 2) Identification of problematic issues and unresolved issues
- 3) Development of a microsatellite stabilization system in the orbital coordinate system
- 4) Study of the dynamics of a microsatellite with a pitch engine

The object of research is a system of stabilization of a microsatellite with a pitch engine.

The subject of research is the structure, parameters and features of the stabilization system of the microsatellite with a pitch engine

Research methods - in this work an analytical study of external perturbing moments acting on the satellite was conducted. A study of the motion of the microsatellite around the center of mass was also performed, namely their analytical study and modeling of motion in the MATLAB Simulink system. The influence of starting the flywheel engine on the orientation of the microsatellite was also simulated.

The results obtained in the dissertation can be classified as scientifically new due to the novelty of the described method, which has not been used or described in other works. The difference between this method and the methods that have been used before is that: in this case, only one control is used for stabilization on the three axes, and not three, as was the case in the previous ones.

Key words: microsatellite, flywheel, pitch engine, stabilization, disturbing moment.

## Зміст

Перелік умовних позначень.....	10
<b>Вступ.....</b>	<b>11</b>
<b>1. Огляд літератури та постановка задачі.....</b>	<b>13</b>
1.1. Загальні відомості про малі космічні апарати.....	13
1.2. Класифікація систем орієнтації та стабілізації космічних апаратів.....	23
1.2.1 Загальна інформація.....	23
1.2.2 Класифікація.....	25
1.3. Вимоги до систем орієнтації та стабілізації.....	28
Висновки по розділу.....	34
<b>2. Розробка математичної моделі системи стабілізації мікросупутника на основі тангажного двигуна .....</b>	<b>35</b>
2.1. Визначення зовнішніх збурюючих моментів які діють на супутник.....	35
2.1.1 Вплив земної атмосфери.....	35
2.1.2 Вплив тиску сонячного світла.....	41
2.1.3 Момент магнітного поля Землі.....	43
2.1.4 Моменти гравітаційних сил.....	45
2.2. Математична модель просторового руху супутника на орбіті.....	46
Висновки по розділу.....	51
<b>3. Розробка структурної схеми системи стабілізації.....</b>	<b>52</b>
3.1. Математична модель мікросупутника з тангажним двигуном.....	52
3.2. Математична перевірка моделі мікросупутника з тангажним двигуном на стійкість за корнями.....	55

<b>AK91мп 04.00.00.00.00 ПЗ</b>				
Зм.	Арк.	№ документа	Підпис	Дата
Розроб.		Павлова В.В.		
Перевір.		Рижков Л.		
Т. контр.				
Н. контр.		Поваров С.А.		
Затв.		Мариношенко		
Система стабілізації мікросупутника з тангажним двигуном			Літ.	Аркуш
			8	112
КПІ ім. Ігоря Сікорського Каф. КІ гр. АК-91МП				

Висновки по розділу.....	60
<b>4. Розрахунок системи стабілізації .....</b>	<b>61</b>
4.1. Динаміка мікросупутника з гравітаційною системою стабілізації.....	63
4.2. Динаміка мікросупутника з тангажним двигуном.....	70
Висновки по розділу.....	76
<b>5. Розробка пакета програм моделювання системи стабілізації .....</b>	<b>77</b>
5.1.Розробка моделі в середовищі MATLAB-Simulink.....	77
5.2.Блоки, використанні в роботі.....	79
Висновки по розділу.....	89
<b>6. Моделювання системи стабілізації.....</b>	<b>90</b>
6.1.Динаміка мікросупутника в режимі розгону двигуна.....	90
6.1.1 Рух мікросупутника по куту тангажа.....	90
6.1.2 Просторовий рух мікросупутника.....	93
6.2.Дослідження зміни параметрів на стійкість системи.....	94
6.2.1 Зміна параметру $H$ .....	94
6.2.2 Підбір значень осьових моментів інерції.....	97
6.2.3 Зміна параметру $m$ .....	98
Висновки по розділу.....	101
<b>7. Розроблення стартап-проекту .....</b>	<b>102</b>
7.1.Опис ідеї проекту .....	102
7.2.Технологічний аудит.....	103
7.3.Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту.....	103
7.4.Розроблення ринкової стратегії.....	106
7.5. Розроблення маркетингової програми.....	108
Висновки по розділу.....	109
<b>ВИСНОВКИ.....</b>	<b>110</b>
<b>Список використаних джерел.....</b>	<b>111</b>

## **Умовні позначення**

МС – мікросупутник

ОСК – орбітальна система координат

СК – система координат

КА – космічний апарат

СОС – система орієнтації і стабілізації

РН – ракета носій

ЦМ – центр мас

МПЗ – магнітне поле землі



## Вступ

На сьогодні є багато перешкод в використанні навколоземного простору. Це і політичні питання, і недостатнє фінансування розробок з боку держав. Проте найбільшою проблемою є висока вартість не тільки виготовлення космічного апарату, але й його розробка і виведення на орбіту. Ці проблеми можуть вирішити маленькі космічні апарати. Їх виготовлення коштує менше, а розробка займає менше часу і не потребує великої команди фахівців.

Однією з найважливіших проблем, яку необхідно вирішувати на протязі всього польоту, являється забезпечення його кутового положення, а також кутової стабілізації. Але не всі наявні на сьогодні системи керування підходять для використання їх у складі мікросупутника. Актуальність роботи обумовлена тим, що такі КА вимагають більш економічних і простих, достатньо точних пасивних систем стабілізації

В роботі створено систему стабілізації мікросупутника на основі тангажного двигуна та змодельовано її роботу, оцінено вплив на похибки стабілізації.

Наукова новизна полягає в методі стабілізації, що раніше ніде не описувався і не застосовувався. Від застосованих раніше методів стабілізації він відрізняється наступним: в приведеному методі використовується лише один керуючий орган для стабілізації по трьом вісям, а в попередніх використовується три виконавчі органи для стабілізації по трьом вісям.

Внесок магістра полягає:

- Виборі методів дослідження і технологій реалізації;
- Розробці теоретичної частини роботи, в якій досліджені і систематизовані знання;
- Оцінці стійкості системи;

У першому розділі проводиться глибокий інформаційний пошук та огляд наукової літератури, що присвячена системам орієнтації та стабілізації.

В другому розділі буде проведено аналіз зовнішніх збурюючих моментів, які діють на супутник та описана математична модель його просторового руху.

В третьому розділі сформовано математичну модель мікросупутника з тангажним двигуном та проведено перевірку його стійкості за коренями.

В четвертому розділі буде проведено розрахунок динаміки мікросупутника з гравітаційною системою стабілізації та з тангажним двигуном.

В п'ятому розділі розроблено пакет програм моделювання системи стабілізації.

В шостому розділі проведено моделювання системи стабілізації.

В сьомому розділі було розроблено стартап-проект

# 1.Огляд літератури з існуючих систем стабілізації мікросупутників

## 1.1 Загальні відомості про малі космічні апарати

Космічний апарат (КА) — технічний пристрій, що використовується для виконання різноманітних завдань у космічному просторі, а також проведення дослідницьких та іншого роду робіт на поверхні різних небесних тіл. Засобами доставки космічних апаратів на орбіту служать ракети-носії або літаки.

Космічні апарати, одним з основних завдань яких є транспортування людей або устаткування у верхній частині земної атмосфери — так званому ближньому космосі, також називають «космічними літальними апаратами» (КЛА).

Галузі застосування космічних апаратів визначають їхній поділ на такі групи:

суборбітальні;

-навколоземні орбітальні, тобто такі, що рухаються по геоцентричних

-орбітах штучних супутників Землі;

-міжпланетні (експедиційні);

-напланетні.

Сьогодні виробляють багато різних КА. Проте намагаються зменшити їх вагу і розміри для більш легкого і дешевого транспортування на орбіту. Перші КА також не відрізнялися великою вагою, але з інших причин. На зорі освоєння космічного простору ще не існувало технологій, які б дозволяли доставляти великі маси на орбіту. Перший супутник взагалі виводила ракета, яка була спроектована, як балістична.

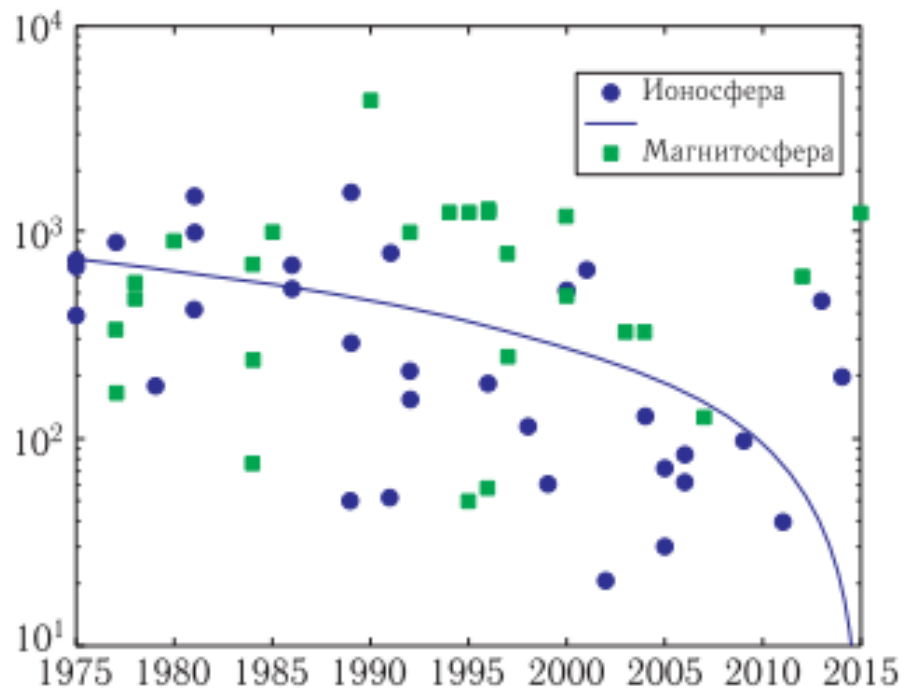


Рис.1.1 Статистика мас супутників для магнітосферних та іоносферних досліджень.

На Рис.1.1 зображена статистика в залежності від дати запуску. Вертикальна вісь показує маси в кілограмах, в логарифмічному масштабі. Синя крива показує лінійну регресію по масі для іоносферних супутників

На сьогодні є багато перешкод в використанні навколоземного простору. Це і політичні питання, і недостатнє фінансування розробок з боку держав. Проте найбільшою проблемою є висока вартість не тільки виготовлення космічного апарату, але й його розробка і виведення на орбіту. Ці проблеми можуть вирішити маленькі космічні апарати. Їх виготовлення коштує менше, а розробка займає менше часу і не потребує великої команди фахівців.

Отже, мікросупутники на сьогоднішній день є одними з найбільш прийнятних через низку факторів:

- Менша сукупна вартість мікро космічного апарата ніж великого;
- Менша вартість запуску ракетносієм
- Спрощена процедура створення багатосупутникових орбітальних груп

- Можливість виконувати складні наукові завдання через прогрес в мікро і нанотехноогіях

Таблиця 1.1

Порівняння параметрів запуску супутників Polar та Lat28.5 з

Канарських островів до Місяця.

Корисне навантаження (Pico Lunar Rover): 500 грам

Місячний десант на основі рідкого пального: 9,5 кг

Час місії для всіх випадків: 2,5 дні

Запуск на висоті 30 км для місій повітряна куля та Гармата.

Конструкції пускової установки			
<i>Маса корисного навантаження</i>	50 кг	5 кг	0.5 кг
<i>Вартість місії</i>	91 млн \$	9 млн \$	1 млн \$
<i>Загальна маса</i>	203,600 кг	20,400 кг	2,030 кг
<i>Вид палива</i>	LF2LH2/LLi	N2O4/MMH	APCP
<i>Вартість двигуна</i>	129 \$	7,294 \$	68,574 \$
<i>Загальна маса</i>	8.18 кг	838 кг	2,030 кг
<i>Технологія двигуна</i>	LF2LH2/LLi	Рідка	Твердопаливна
<i>Вартість двигуна</i>	100 млн \$	30 млн \$	1 млн \$
<i>Загальна маса</i>	8.18 кг	838 кг	1,380 кг
<i>Етапи</i>	1 етап	2 етапи	3 етапи
<i>Вартість пускової установки</i>	3 млн \$	1 млн \$	2 млн \$
<i>Загальна маса пускової установки</i>	30,000 кг	1,380 кг	2,038 кг

Траєкторія запуску			
Стратегія запуску	Пряма траєкторія	Траєкторія паркування	Оптимальна траєкторія
Вартість місії	56,787 \$	48,718 \$	46,841 \$
Широта запуску	Polar	Lat28.5	Lat28.2
Вартість руху за обраною траєкторією	59,058 \$	47,933 \$	46,841 \$
Висота запуску	0 м (Ракета)	30 км(Повітряна куля)	30 км (Гармата)
Вартість палива	46,841 \$	26,583 \$	2,105 \$
Загальна маса	2,038 кг	804 кг	131 кг

Проте, говорячи про масу малих супутників, слід зазначити, що вона може суттєво коливатися. Тому було створено європейську класифікацію малих супутників.

Таблиця 1.2 -Класифікація малих супутників по розміру (маса, кг)

1000-500	500-100	100-10	10-1	1-0
Мідісупутники	Мінісупутники	Мікросупутники	Наносупутники	Пікосупутники
и	ки	ки	ик	к

### Мінісупутники

Мінісупутники мають повну масу (разом з паливом) від 100 до 500 кг. Також до мінісупутників іноді відносять т. Н. «Легкі супутники» масою від 500 до 1000 кг. Такі супутники можуть використовувати платформи, компоненти, технології звичайних «великих» супутників. Саме мінісупутників часто розуміються під загальним визначенням «малі супутники».

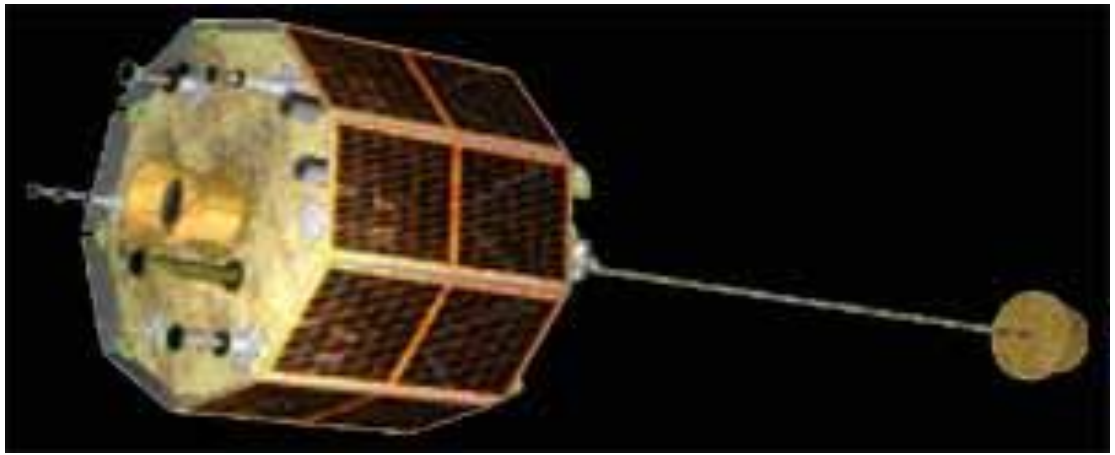


Рис.1.2 Мініспутник MiniSat400

### Мікроспутники

Мікроспутники мають повну масу від 10 до 100 кг (іноді термін застосовується і до трохи більш важким апаратів).



Рис.1.3 Три мікроспутника Space Technology 5 (ST5)

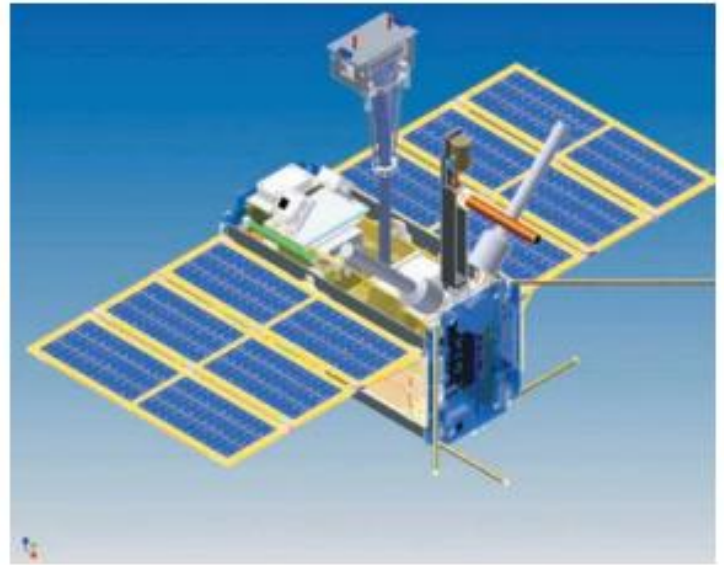
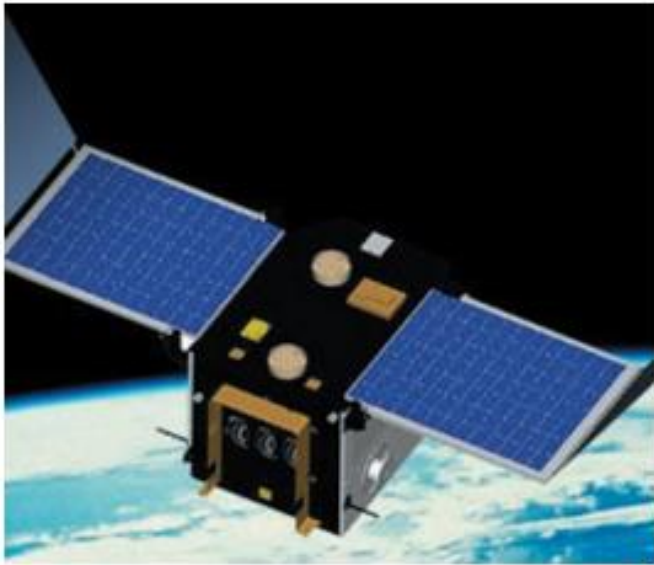


Рис.1.4 Микросупутники Reimei (зліва) та Чібіс-М (справа)

### Наносупутники

Наносупутники мають масу від 1 до 10 кг. Часто проектуються для роботи в групі (в рої), деякі групи вимагають наявності більшого супутника для зв'язку з Землею.

Незважаючи на малий розмір, сучасні наносупутники мають широкую сферу застосування: від спроб дистанційного зондування Землі до космічних спостережень:

Відпрацювання новітніх технологій, методів і програмно-апаратних рішень;

- Освітні програми;
- Екологічний моніторинг;
- Дослідження геофізичних полів;
- Астрономічні спостереження.

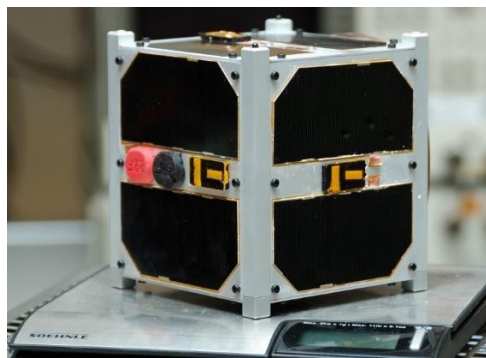




Рис.1.5 Наносупутник — ESTCube-1



Рис.1.6 Контролюєма формація наносупутників

### Пікосупутники

Пікосупутниками називають супутники з масою від 100 г до 1 кг. Зазвичай проєктуються для роботи в групі, іноді з наявністю більшого супутника. Супутники формату CubeSat (Кубсат) можуть вважатися або великими пікосупутниками, або легкими наносупутником. Кубсати запускаються по кілька штук за раз і мають вартість виведення в декілька десятків тисяч доларів США.

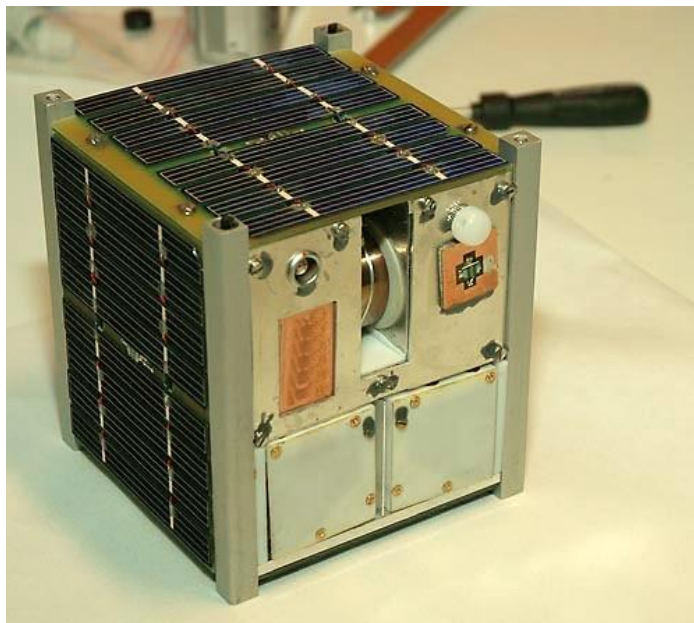


Рис.1.7 Норвезька пікосупутник NCUBE2, створений за стандартом CubeSat

Кубсат, CubeSat - формат малих (надмалих) штучних супутників Землі для дослідження космосу, що мають об'єм 1 літр і масу не більше 1.33 кг або кілька (кратно) більше. Створення кубсатов стало можливим завдяки розвитку мікромініатюризації і нано-технологій і стало масовим явищем в ХХІ столітті. Після появи формату кубсат з'явився ще менший формат покетсат (буквально кишеньковий) в кілька сотень або десятків грам і кілька сантиметрів.

Кубсати зазвичай використовують шасі-каркас специфікації CubeSat і покупні стандартні комплектуючі - COTS-електроніку та інші вузли. Специфікації CubeSat були розроблені в 1999 році Каліфорнійським політехнічним і Стенфордським університетами, щоб спростити створення надмалих супутників. Більшу частину супутників CubeSat розробили університети, але великі компанії, наприклад, Boeing, також спроектували супутники типу CubeSat.

Формат кубсат зробив широким поширення університетських супутників; для уніфікації та координації існує всесвітня Міжуніверситетська програма запуску кубсатов.

Кубсати мають вартість виведення до декількох десятків тисяч доларів, а покетсати - до декількох тисяч доларів.

Кубсати виводяться, як правило, відразу по кілька (і навіть до трьох десятків) одиниць або за допомогою ракет-носіїв, або з борта пілотованих і автоматичних вантажних космічних кораблів і орбітальних станцій. Кілька компаній надає послуги з виведення кубсатов на орбіту, зокрема ISC Kosmotras і Eurokot. Для розміщення на ракеті-носії, космічному кораблі або орбітальній станції, запуску і розведення кубсатов американські, італійські, японські компанії розробили багатомісні контейнери-платформи, в тому числі з револьверним висновком на орбіту. Також для виведення кубсатов розробляються сверхмалі ракети-носії -

наноносітелі. Деякі кубсати стали першими національними супутниками своїх країн.

Терміном «CubeSat» позначаються наносупутники (Nano-satellite), що задовольняють специфікаціям стандарту, створеному під керівництвом професора Боба Твіггс (факультет аеронавтики і астронавтики, Стенфорд). Супутники мають розмір 10x10x10 см і запускаються за допомогою Poly-PicoSatellite Orbital Deployer (P-POD). Стандарт допускає об'єднання 2 або 3 стандартних кубів в складі одного супутника (позначаються 2U і 3U і мають розмір 10x10x20 або 10x10x30 см). Один P-POD має розміри, достатні для запуску трьох супутників 10x10x10 см або меншої кількості, загальним розміром не більше 3U.

На 2004 рік супутники в форматі CubeSats могли бути виготовлені і запуснені на навколоземну орбіту за 65-80 тисяч доларів. На 2012 рік типова вартість запуску CubeSat оцінювалася в 40 тисяч доларів (іноді доходючи також до 80, хоча НАСА заявило і про можливість запуску за 20 тисяч). Кілька покетсатов можуть компонуватись і запускатися в контейнерному місці і за ціною одного кубсата, тобто за кілька тисяч доларів кожен. Настільки низька вартість та уніфікація платформ і комплектуючих дозволяє розробляти і запускати кубсати університетам і навіть школам, невеликим приватним компаніям і аматорським об'єднанням, а покетсати - приватним особам.

Більшість CubeSat мають один або два наукових прилади, деякі мають невеликі висувні антени і поверхневі або розорюються сонячні батареї.

#### Фемтоспутнікі

Фемтоспутнікі мають масу до 100 грам. Як і пікоспутнікі відносяться до надмалих космічних апаратів.

Супутники формату Покеткуб (буквально кишеньковий куб) мають масу в кілька сотень або десятків грамів і розмірність в кілька сантиметрів і можуть вважатися або фемтосупутніками, або легкими пікосупутніками. Кілька покеткубов можуть компонуватись і запускатися в контейнерному місці і за ціною одного кубсата, тобто за кілька тисяч доларів США кожен. Настільки низька вартість та уніфікація платформ і комплектуючих дозволяють розробляти і запускати кубсати університетам і навіть школам, невеликим приватним компаніям і аматорським об'єднанням, а покеткуби - приватним особам.

Також, для виведення кубсатов і покеткубов розробляються свержмалі ракети-носії - наноносітелі.

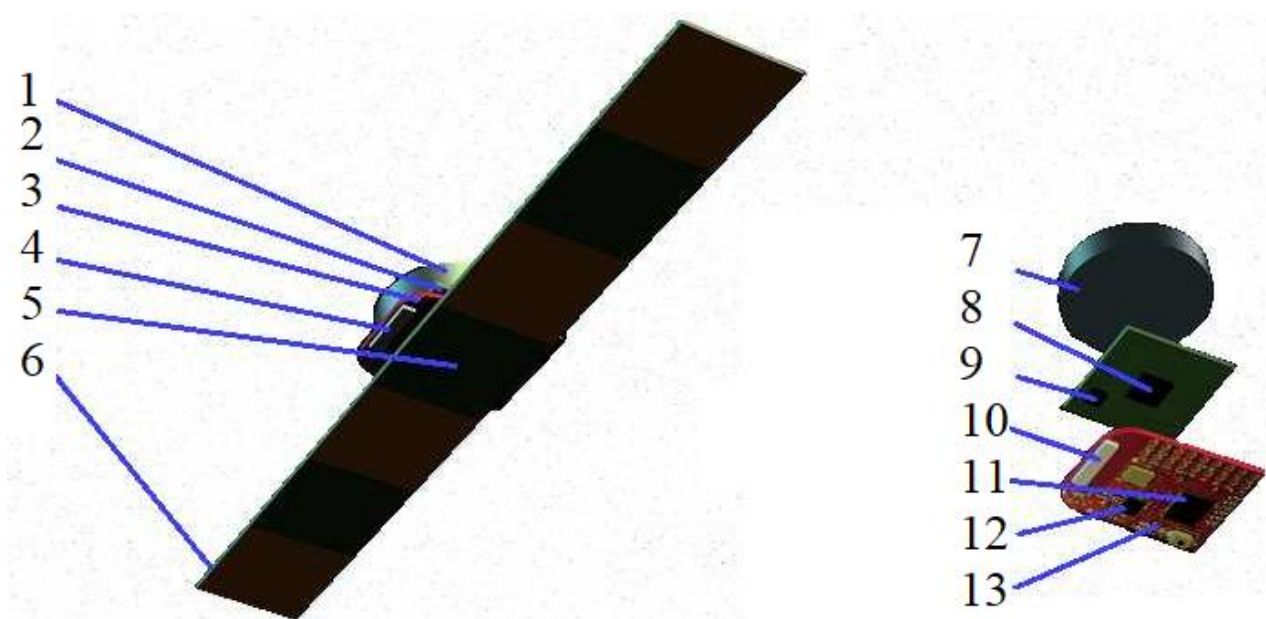


Рис.1.8 Фемтосупутник WikiSat, що важить 19,8 гр.

1-монетна батарея, 2- ІМУ, 3- бортовий комп'ютер, 4- антена з низьким коефіцієнтом посилення, 5-антена з високим коефіцієнтом посилення, 6-торкер, 7- 7- основний акумулятор, 8-гіроскоп, 9- 3д, 10 – 2.4ГГц акселерометр, 11-MCU, 12-трансивер, 13-сенсор температури;

## 1.2 Класифікація систем орієнтації та стабілізації космічних апаратів

### 1.2.1 Загальна інформація

При рішенні багатьох задач космічного польоту на одному з перших місць постає питання кутової стабілізації та орієнтації космічного апарату в необхідному напрямку. Так, наприклад, перед поверненням космічного апарату на Землю, перш ніж увімкнути двигуну установку, необхідно для початку зорієнтувати її так, щоб гальмівний імпульс був прикладений в правильному напрямку. Тому для виконання першого етапу спуску з орбіти космічний апарат повинен мати систему орієнтації, а для другого етапу – систему кутової стабілізації.

Функціональні зв'язки та апаратурний склад систем орієнтування та стабілізації тісно пов'язані між собою. Динамічні процеси, якими керують ці системи, також не мають чітких меж.

Рух космічного літального апарату по орбіті відбувається практично при повній відсутності аеродинамічних сил, так як тиск навколишнього середовища вже на висоті 100 км складає близько  $10^{-2}$  Н / м<sup>2</sup>, а щільність повітря становить близько  $10^{-6}$  кг / м<sup>3</sup>. Тому в космічному польоті демпфуючий і відновлюючий моменти нехтуємо малі. Будь-яке збурення, що діє на апарат, викликає його обертання до тих пір, поки до нього не буде додано крутний момент протилежного напрямку. У зв'язку з цим для компенсації навіть мізерно малих збурюючих моментів до апарату повинні бути додані відповідні керуючі моменти.

Максимальний керуючий момент визначається необхідним при маневруванні кутовим прискоренням і максимальним в збурюючим моментом. Джерелом збурюючих моментів, які порушують кутове положення апарату в просторі, є моменти від обертючих мас

усередині апарату (до  $10 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ), аеродинамічні і гравітаційні моменти (до  $10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$ ), моменти від сил тиску сонячного світла, моменти від взаємодії струмонесучих контурів бортових систем із зовнішнім магнітним полем і т.д.

У більшості випадків при виконанні польоту космічний апарат повинен бути певним чином орієнтований в просторі. Залежно від призначення космічного апарату йому надається певне кутове положення щодо земної поверхні, небесних тіл, силових ліній магнітного та гравітаційного полів чи інших заданих напрямів в просторі.

Управління кутовим рухом космічного апарату на ділянках вільного польоту, тобто надання його осях певного положення відносно заданих напрямів здійснюється системою орієнтації. Така система працює в умовах малих збурюючих моментів, що діють на літальний апарат. На ділянці вільного польоту космічного апарату рух його центру мас і рух щодо центру мас практично незалежні.

Управління кутовим положенням апарату навколо центру мас на ділянках польоту зі значним прискоренням (при роботі двигунів, гальмуванні і т.д.) здійснюється системою стабілізації. При роботі системи стабілізації управління кутовим становищем апарату є допоміжним, необхідним для управління рухом центру мас апарату (підтримання заданого напрямку вектора тяги).

Системи кутової стабілізації працюють при порівняно великих збурюючих моментах, тому для створення керуючих моментів при стабілізації космічних апаратів використовуються більш потужні вузли знаходяться, ніж в системах орієнтації.

В залежності від способу створення керуючого впливу системи кутової стабілізації поділяються на пасивні, напівпасивні, активні та комбіновані. Пасивні системи працюють без витрати робочого тіла. До них зазвичай відносять гравітаційну, аеродинамічну та

світло динамічну системи, а також системи стабілізації обертанням та системи в склад яких входять постійні магніти. В напівпасивних системах виконавчими органами виступають маховики та гіроскопи. Функціонування таких систем зазвичай забезпечує енергія сонячних променів. Працездатність активних систем з реактивними мікродвигунами можлива тільки при наявності на борту космічного апарату запасу робочого тіла, наприклад, стисненого газу.

Сьогодні перед космічними апаратами стоїть багато різних задач. Це призводить до необхідності оснащення їх комбінованими системами стабілізації. Так, космічні апарати, які стабілізуються обертанням та розраховані на великі терміни активного існування, потребують не тільки системи орієнтації і кутової стабілізації головної осі, а ще й системи стабілізації кутової швидкості власного обертання.

### 1.2.2 Класифікація

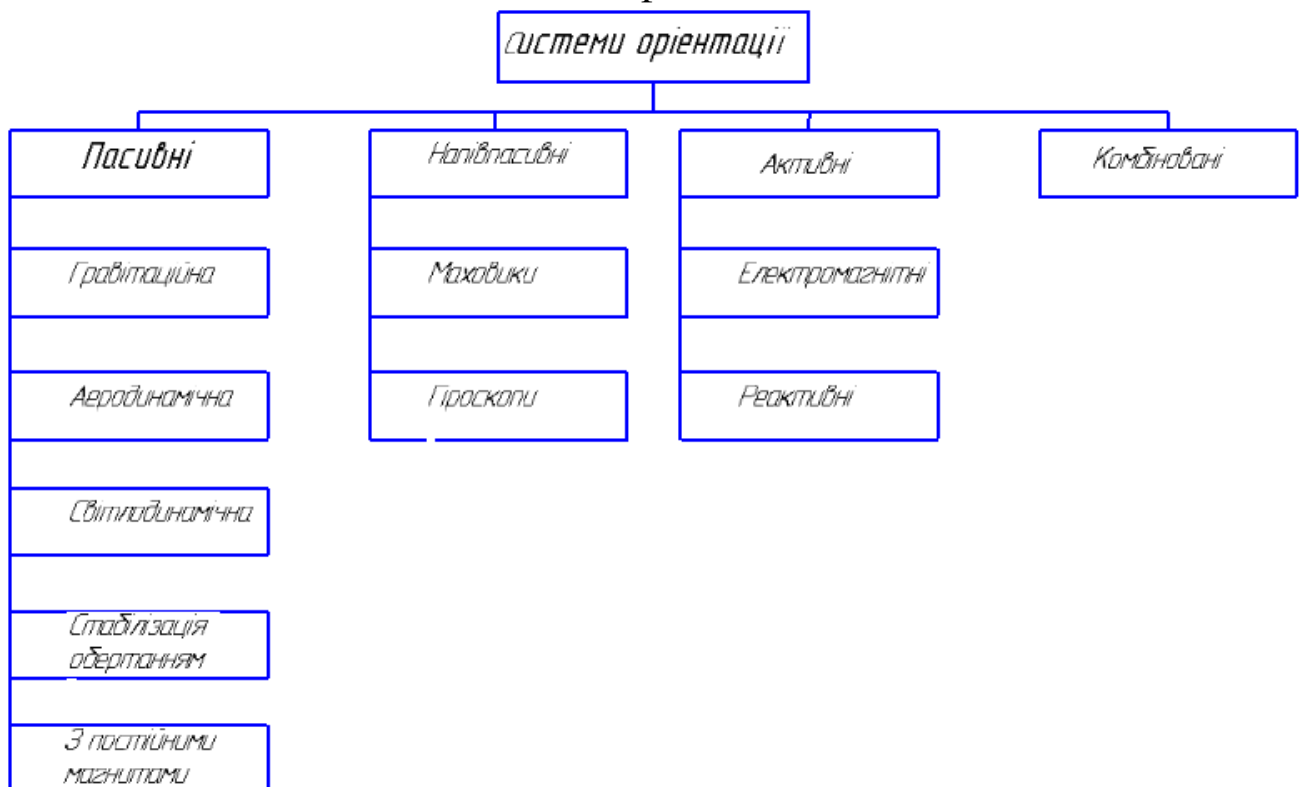


Рис. 1.9 Узагальнена класифікація СОС

В активних системах орієнтації для створення керуючих моментів доводиться або витратити енергію з бортових джерел, або витратити бортові запаси робочого тіла.

У пасивних системах орієнтація здійснюється за допомогою моментів, що виникають при взаємодії літального апарату з зовнішнім середовищем (магнітним полем, гравітаційним полем і т.д.) без будь-яких витрат бортовий енергії або витрати бортових запасів робочого тіла. Існують гравітаційні системи орієнтації, можливі також системи, в яких використовується тиск сонячного світла, сили взаємодії магнітних мас апарату із зовнішнім магнітним полем. Головна перевага пасивних систем - повна відсутність споживання енергії і маси і практично необмежений термін служби. Недоліком всіх пасивних систем є те, що всі вони мають малу стійкість по відношенню до збурюючих моментів, оскільки силові ефекти, створені за допомогою таких систем, незначні.

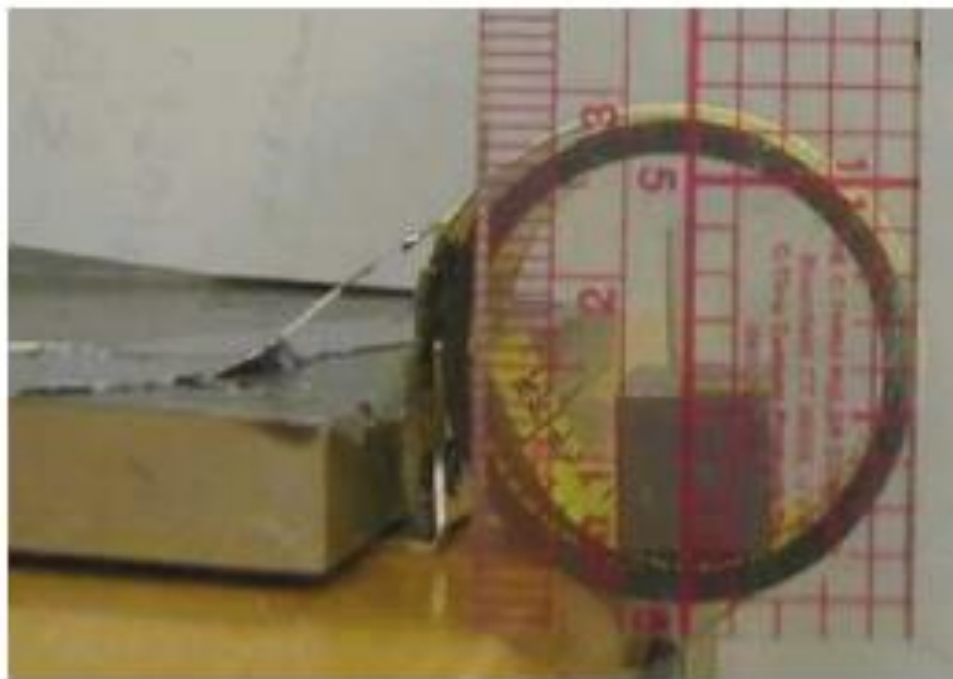


Рис. 1.10 Експериментальний зразок гравітаційного стабілізатора КА CubeSat в згорнутому вигляді (пасивна система)



В активній системі орієнтації інформацію про становище космічного апарату щодо осей орієнтації і про характер його кутового руху отримують від чутливих елементів (датчиків).

Сигнали датчиків порівнюються з заданими значеннями і після відповідного перетворення надходять до виконавчих органів системи орієнтації. Виконавчі органи являють собою пристрої, які безпосередньо виробляють керуючі впливи (керуючі зусилля і керуючі моменти), прикладені до літального апарату.

В якості виконавчих органів систем орієнтації можуть використовуватися гіросилові стабілізатори, ротори-маховики, а також реактивні рухові установки малої тяги.

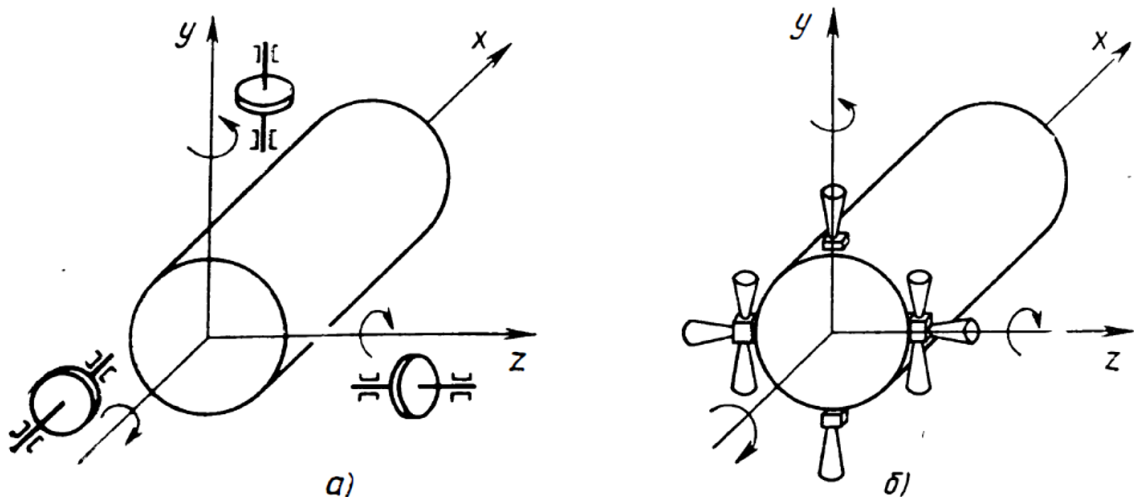


Рис. 1.10 Реактивні пристрої систем орієнтації КЛА:  
а) ротори-маховики; б) реактивні двигуни  
(напівпасивні та активні системи)

Застосування маховиків (рис. 1.2) є поширеним методом забезпечення орієнтації космічного літального апарату. Перевагами роторів-маховиків є їх висока точність і швидкодія. Однак, при їх використанні виникає проблема насичення. Маховик може досягти максимальної швидкості обертання, але при цьому літальний апарат може ще не вийти на нормальний режим орієнтації. В цьому випадку необхідно загальмувати маховик, створюючи при цьому момент, що компенсує виникає при його гальмуванні.

Рухова установка малої тяги також часто використовується для забезпечення орієнтації космічного апарату. Застосування рухової установки малої тяги має один головний недолік - використання робочої речовини, запаси якого на борту апарату обмежені.

У разі застосування реактивних двигунів малої тяги для створення керуючих моментів в системах орієнтації і стабілізації, з їх допомогою може бути вирішене широке коло завдань з управління рухом космічного літального апарату:

- компенсація збурень, що виникають при відділенні космічного апарату від ракети-носія, і попереднє його заспокоєння;

- орієнтація апарату в просторі для забезпечення заданого положення;

- програмні розвороти апарату в положення, необхідне для виконання поставлених завдань;

- компенсація обурюють моментів від мас, що обертаються, аеродинамічних, гравітаційних та інших сил для стабілізації заданого положення в просторі;

- корекція швидкості і траєкторії польоту;

- гальмування при спусках апарату.

У складі реактивних двигунів малої тяги систем орієнтації і стабілізації використовують рідинні та твердопаливні ракетні мікродвигуни, газореактивні системи. Особливе місце серед виконавчих пристроїв систем орієнтації і стабілізації космічних літальних апаратів займають електричні ракетні двигуни.

### 1.3 Вимоги до систем орієнтації та стабілізації

Зазвичай СОС обирають у відповідності до завдання, яке вона повинна виконувати протягом польоту і власне характеристиками КА. При проектуванні треба враховувати наступні речі:

- 1) вимоги до точності орієнтації і стабілізації;

2) обмеження по масі, габаритним розмірам і споживаній потужності;

3) вимоги по забезпеченню надійності системи при виконанні своїх функцій й можливість дублювання елементів системи;

4) простота конструкції системи і термін активного існування;

5) вимоги до корекції швидкості польоту і стабілізації КА в процесі маневрів, які можуть привести до ускладнення конструкції системи;

6) конфігурація КА і загальні технічні вимоги до нього, які можуть зробити вплив на систему відносно типу датчиків, їх поля зору, розташування двигунів і інших елементів системи;

7) вимоги до кутової швидкості КА в процесі управління;

8) число керованих мір свободи;

9) вимоги до приростів лінійної швидкості в період висновку КА на орбіту;

10) взаємодія системи орієнтації і стабілізації з підсистемами КА, яке повинне бути детально вивчене в початковій стадії проектування;

11) вимоги до режимів роботи системи;

12) динамічна модель КА (пружність конструкції, моменти інерції, розподіл маси КА, неспівпадіння будівельних осей з головними центральними осями інерції і т.д.).

Зазвичай головною вимогою до КА є точність орієнтації і стабілізації. Протягом польоту КА може вмикати декілька режимів роботи, бо в різні моменти часу потребує різні значення точності орієнтації і стабілізації. Значення точності варіюється в залежності від режиму в якому працює КА на даний момент – в пасивному чи активному.

За час польоту КА часто виникає необхідність в режимі переорієнтації.

Даний режим вмикає процес кутового переміщення корпусу або частин супутника одного положення в інше із заданою і необхідною точністю. Найбільш важливим в цьому випадку є:

а) час, що відводиться на переорієнтацію, включаючи стабілізацію при новій орієнтації;

б) робоче тіло і енергія, що витрачаються в процесі переорієнтації.

В будь-якому випадку в режимі переорієнтації витрата робочого тіла і енергії повинна бути мінімальною.

Вимоги до точності орієнтація залежать від завдань, які виконує КА, тому вони дуже варіюються. Більшість задач, які стосуються метеорологічних спостережень і вивчення космічного простору вимагають точності орієнтації і стабілізації в діапазоні 1..10°.

Коли мова заходить про завдання пов'язані з астрономічними задачами вимоги до точності стають більш жорсткими і визначаються головним чином роздільною здатністю встановленого телескопу. Великі телескопи, які створені для фотографування потребують деякий час на експозицію, тому в такі моменти значення орієнтації космічного апарату має підтримуватися в межах частки кутової секунди. В таких випадках можливе використання тільки активних маховичних чи гіроскопічних систем. Інші просто не можуть забезпечити потрібну точність.

Наприклад, сонячні панелі вимагають точності орієнтації в межах

10..15°, в той час як супутник на якому вони стоять потребує більшої точності для орієнтування на центр Землі. Антени супутників зв'язку звичайно орієнтуються з точністю до 1°. Вимога такої точності орієнтації пов'язана із застосуванням на супутниках зв'язку направлених антен, які є не тільки ефективнішими, але і

економічно вигіднішими, оскільки спрощується бортова апаратура наземних станцій, не говорячи вже про менші енергетичні витрати при тій же ефективності. Якщо необхідно одержати зображення, то кутова швидкість супутника, що допускається, в процесі стабілізації може мати вирішальне значення при виборі типу системи і її проектуванні.

Описані вище випадки можна віднести до групи космічних апаратів, де до самого КА і елементів, встановлених на ньому висуваються різні вимоги точності орієнтації. Іноді вимагаються не тільки різні рівні точності, а й різні опорні системи координат. В таких випадках частіше за все використовують комбіновані системи. В таких змішаних системах невисока точність досягається пасивними методами, а висока – активними.

Як і усюди в літакобудуванні або проектуванні космічних апаратів під час роботи над апаратом виникають суперечності між загальними експлуатаційними характеристиками та вимогами до точності орієнтації та стабілізації КА в просторі. Мова йде про випадки, коли вимагається висока точність. Досягнення потрібного значення досить високої точності зазвичай значить складність конструкції самої системи, а отже і її маси та розмірів.

Тому вимагати у більшості випадків досягнення гранично допустимої точності потрібно тільки в необхідних випадках. Серед інших важливих вимог, що пред'являються до систем орієнтації і стабілізації, присутні також надійність і термін активного існування. Вони визначаються в основному складністю і енергетичними ресурсами системи і умовами, в яких вона працює. При проектуванні систем особливе місце займають питання конструювання надійних і легких пристроїв і питання вибору матеріалів, з яких вони зроблені.

Управління в космічному просторі істотно відрізняється від управління в земних умовах. По-перше, умови, що існують в космосі, відрізняються від земних наявністю невагомості, інтенсивності радіації, розрідження, близького до абсолютного вакууму, а отже майже повною відсутністю природного демпфування. Ці чинники ускладнюють конструкцію елементів системи орієнтації і стабілізації і роблять надзвичайно трудомісткими і дорогими їх моделювання в лабораторних умовах. По-друге, в космічному просторі збурюючі моменти, що діють на літальний апарат дуже малі і тому звичайно немає необхідності у великих по величині керуючих моментах, що створюються системою орієнтації і стабілізації. Проте невеликі збурюючі моменти в умовах майже повного вакууму і відсутності природного демпфування істотно впливають на рух КА, особливо пасивних систем орієнтації і стабілізації, у яких моменти, що управляють, малі по величині. З цієї причини набувають особливо важливого значення питання динаміки систем орієнтації і стабілізації.

Зважаючи на відсутність в космічних умовах природного демпфування потрібно створювати демпфуючі моменти штучним шляхом за допомогою спеціальних пристроїв. В даний час для системи орієнтації розроблені і успішно застосовуються спеціальні пристрої, які за рахунок використання природних сил навколишніх полів дозволяють демпфувати коливальні рухи КА. Від вибраних демпфуючих пристроїв залежать динамічні характеристики і точність пасивних систем. Питання демпфування КА, що стабілізуються за допомогою пасивних систем, на перший погляд, здаються достатньо простими. На справді ж завдання створення простих, надійних, легких і таких, що забезпечують високу точність демпфуючих пристроїв є складною технічною проблемою, яка має

вирішальне значення при проектуванні і розробці систем орієнтації і стабілізації.

## **Висновки по розділу**

Тема розробки нових методів стабілізації та орієнтації космічних апаратів є дуже актуальною в наш час. Супутники і інші КА повсякденно використовуються не тільки в наукових цілях, а й в буденності. А отже є попит на більш ефективні та економічні системи стабілізації та орієнтації апаратів, які дозволять КА виконувати свої завдання краще і продовжать строк їх служби.

Отже, обрана система стабілізації забезпечує стабілізацію КА по трьом осям за допомогою всього одного виконавчого органу. В свою чергу це не тільки дозволяє зменшити масу КА і вартість його виведення на орбіту, але й також його енергоспоживання і фінансування проектування, збірки та випробувань.



## 2. Розробка математичної моделі системи стабілізації мікросупутника на основі використання тангажного двигуна

### 2.1 Визначення зовнішніх збурюючих моментів які діють на супутник

#### 2.1.1 Вплив земної атмосфери

Перш за все на КА впливає земна атмосфера. Опір середовища, в якому рухається космічний апарат можна вирахувати за формулою:

$$F_{\text{опр}} = c_x S \frac{\rho v_{\text{відн}}^2}{2} \quad (2.1)$$

де  $c_x$  – безрозмірний коефіцієнт опору, для верхніх шарів атмосфери рівний  $2 \div 2,5$ ;

$S$  – площа максимального перерізу супутника площиною, перпендикулярно до вектора швидкості,

$v_{\text{відн}}$  польоту супутника відносно середовища;

$\rho$  – щільність середовища. Коефіцієнт  $c_x$  залежить від форми супутника.

Нехтуючи, частковим захопленням верхньої частини атмосфери обертанням Землі, отримуємо, що сила опору направлена проти руху, тоді  $v_{\text{відн}}$  буде рівна орбітальній швидкості. Виходячи з усього вищезазначеного, вважаємо, що площина орбіти під впливом опору не змінюється. Проте, варто зазначити, що для низьких орбіт необхідно враховувати «західний вітер». Він порівняно слабкий, але призводить до невеликого повороту даної площини.

Щільність атмосфери Землі не однакова на різних висотах. Чим вище, тим більше вона розряджена. Щільність повітря залежить не тільки від висоти, але й від освітленості сонячними променями. Цей параметр змінюється залежно від сонячної активності, часу доби та пори роки. На висоті після 500 км ці параметри впливають на щільність атмосфери, змінюючи її значення до 10 разів.

Парусність супутника представляє собою характеристику, яка визначається як, збурююче прискорення від дії опору обернено пропорційне масі самого супутника та прямопропорційне його площі. Це пояснює чому порожня остання ступінь відчуває більший опір атмосфери, ніж відділивши ступінь після запуску на низьку орбіту. Після відділення порожня ступінь втрачає частину своєї первинної ваги, а отже її парусність зростає.

Збурююче прискорення від опору атмосфери досить мале та швидко зменшується з висотою. Це можна побачити на прикладі кругової орбіти:

*Таблиця 2.1*

Зміна збурюючого прискорення з висотою

Висота орбіти, км	Значення збурюючого прискорення, м/с <sup>2</sup>
100	$3,0 \cdot 10^{-4}$
200	$2,2 \cdot 10^{-4}$
400	$3,1 \cdot 10^{-8}$
800	$2,6 \cdot 10^{-8}$

Виходячи с даної таблиці, стає зрозуміло, що з зростанням висоти швидкість зміни значення збурюючого прискорення зменшується.



Рис. 2.1 Розташування орбіт навколо Землі

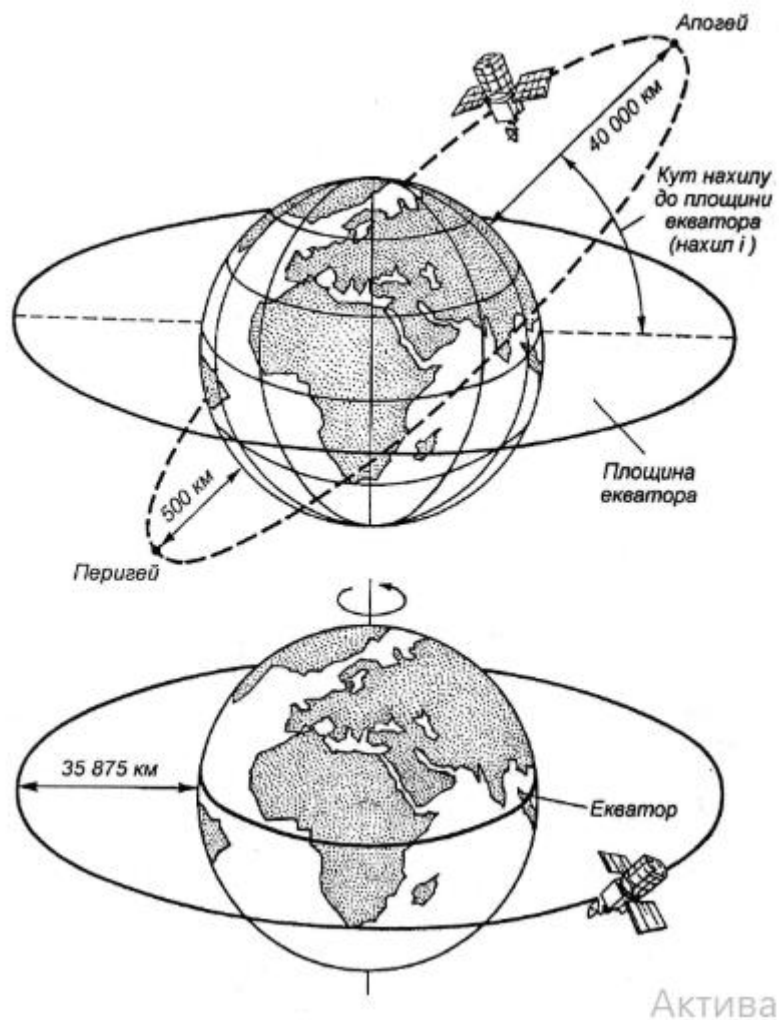


Рис. 2.2 Значення висот орбіт

Коли супутник рухається по круговій орбіті, він втрачає енергію через опір. Це призводить до того, що з кожним витком він буде опускатися нижче. Його траєкторія буде нагадувати

скручувальну спіраль, кожний виток якої буде мати форму дуже близьку до кола. Як видно з таблиці 2.1, на висоті нижче 110-120км відбувається різке зростання щільності атмосфери. На такій висоті КА вже не зможе зайти на наступний виток і почнеться падіння. Ця висота називається критичною орбітою, час обертання на якій складає близько 86,6 хв.

Розглянемо рух супутника по високоеліптичній орбіті. Супутник зустрічає максимальний опір в перигеї. Там щільність атмосфери найбільша. А в апогеї може геть не його не зустріти, якщо висота достатньо велика. Всю траєкторію руху супутника можна описати як ніби занурення на кожному витку в щільніше середовище, а потім вихід з нього з втратою швидкості і енергії. Таким чином з кожним новим витком, перигей супутника знижується. В апогеї він також зустрічає опір, але набагато менший. Це призводить до того, що його перигей опускається, але менше ніж апогей. Через це все орбіта супутника весь час прагне до колової. Досягнув її, супутник починає спускатися по спіралі.

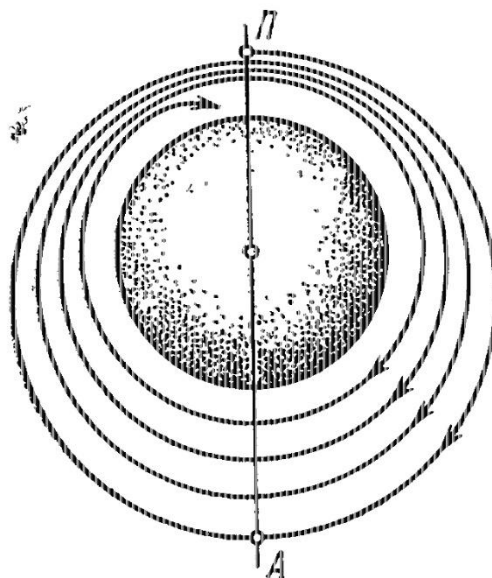


Рис. 2.3 Вигляд орбіти зниження супутника в атмосфері

З рисунку 2.3 видно, що спускаючись з кожним витком супутник опиняється на все більш низькій круговій орбіті. Це призводить до збільшення його орбітальної швидкості. Супутник в процесі такого руху отримує прискорення в напрямі свого польоту. Це прискорення визначене. Можна сказати, що це тангенціальне прискорення таке ж саме, як прискорення сили опору, але з протилежним напрямком. Дане явище називають парадоксом супутника.

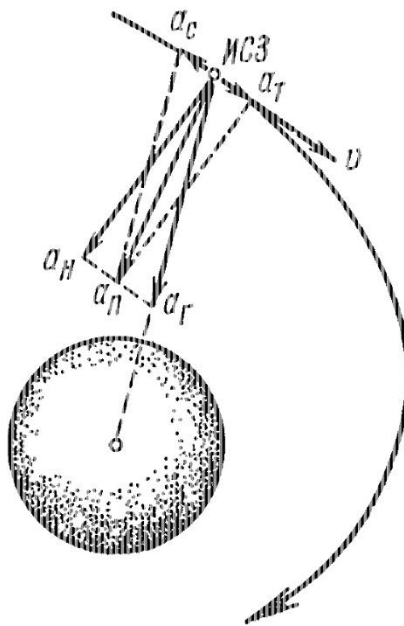


Рис. 2.4 Пояснення парадоксу супутника

Рух відбувається по спіралі і повне прискорення  $a_n$ , являється векторною сумою гравітаційного прискорення  $a_g$  та прискорення опору  $a_c$ , цілком може бути розкладене на тангенціальне прискорення  $a_t$  і нормальне прискорення  $a_n$  таким чином, що  $a_c = a_t$ .

Отже, наслідком опору атмосфери являється не зменшення, а постійне збільшення швидкості супутника, причому у випадку початкової еліптичної орбіти мова повинна йти про збільшення середньої швидкості на витку.

Такий неочікуваний наслідок від опору атмосфери називають аеродинамічним парадоксом супутника. Він має енергетичне

пояснення- не дивлячись на збільшення кінетичної енергії при зниженні, повна механічна енергія через опір зменшується, тому, що потенціальна енергія зменшується швидше, ніж зростає кінетична.

Коли космічний апарат рухається в шарах атмосфери, де присутнє розрідження повітря, виникає взаємодія його оболонки змолекулярним потоком. Це зумовлює ряд ефектів в русі космічного апарату відносно його центру мас. Нижче буде розглянуто деякі з них:

-Неспівпадіння центру мас з центром тиску. В такому випадку виникає момент, що хоче перекинути апарат (відновлюючий момент ). Цей момент намагається стабілізувати апарат в напрямку набігаючого потоку через те, що вектор- швидкість набігаючого потоку не лежить в площині орбіти. Так як Земля обертається і захоплює атмосферу, а площина орбіти вважається нерухомою.

-Наявність швидкості власного обертання обумовлює появу дисипативних моментів, що визивають гальмування обертання супутника, і деякі інші ефекти.

-Гradientний ефект. Через неоднорідність щільності атмосфери в кожній точці на поверхні космічного апарату, з'являється додатковий невеликий момент.

-Молекули мають власні теплові швидкості. Це призводить малих ефектів.

В даній роботі більш детально буде розглянуто перші два ефекти.

Розглянемо тільки ефекти, описані в пункті 1 і 2. Компоненти моменту аеродинамічних сил по вісям, зв'язаними з супутником, в загальному випадку залежать від орієнтації цих осей відносно набігаючого потоку та від компонент  $p$ ,  $q$ ,  $r$  кутової швидкості обертання супутника відносно потоку. Залежність моменту сил від

$p, q, r$  можна прийняти лінійними. Тоді вектор моменту аеродинамічних сил можна записати у вигляді:

$$M = \frac{1}{2} \rho_a V_0^2 e_v \times C^m + \frac{1}{2} \rho_a V_0 P, \quad (2.2)$$

$$C^m = C_1^m i' + C_2^m j' + C_3^m k', P = P_1 i' + P_2 j' + P_3 k', \quad (2.3)$$

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Де  $V_0$  – швидкість центру мас супутника відносно потоку,

$e_v$  – одиничний вектор по напрямку цієї швидкості,

$\rho_a$  – щільність потоку.

Коефіцієнти  $C_i^m, I_{jk}$  залежать від положення супутника відносно потоку.

### 2.1.2 Вплив тиску сонячного світла

Парусність супутника визначає рівень впливу тиску сонячного світла. Простими словами це відношення площі поверхні супутника до його маси. Парусність обернено пропорційна до площі. Наглядним прикладом впливу тиску сонячного світла є вимітання дрібних метеорних частинок за границі Сонячної системи. Це відбувається через те, що при зменшенні розмірів маса предмету зменшується швидше його поверхні, адже маса зменшується пропорційно кубу розміру, а поверхня – його квадрату. Парусність зростає.

Відчувати даний вплив починають невеликі апарати з висоти більше 500 км. На висотах менше цієї відмітки набагато більший вплив надають не стійкі коливання щільності атмосфери.

Головним чином ефект впливу тиску сонячних променів спостерігається на відрізках траєкторії, де ці промені гальмують або прискорюють апарат.

Коли мова йде про сонячні промені, маються на увазі не тільки промені від сонця, а й відбиті від поверхні Землі. Також не варто забувати, що на супутник діє також і теплове випромінювання Землі. Воно намагається вимістити супутник подалі від Землі. Величина цього випромінювання різна на різних шматочках поверхні. Теплове випромінювання може набувати значень близько 24 % від значень прямої сонячної радіації. Через це в низці видів супутників нею категорично не можна нехтувати. Наприклад, це відноситься до апаратів, що займаються усім пов'язаними з геодезією.

В даній роботі ми розглядаємо вісесиметричне тіло. В такому випадку момент сил тиску сонячних променів буде залежати виключно від положення вісі космічного апарату у просторі. В вісесиметричних тілах повороти навколо вісі симетрії нічого не змінюють.

Точні обрахунки моментів сил тиску сонячних променів потребують величезних потужностей, як і моменти аеродинамічних сил. Не можна нехтувати і обраховувати тільки якийсь конкретний характер відбиття квантів від поверхні тіла. Ці характеристики залежать від властивостей поверхні вивчаемого апарату.

Ми візьмемо тіло обертання. Для нього дійсна наступна формула:

$$M = \frac{a_c(\varepsilon_s)R_0^2}{R^2} e_r \times k' \quad (2.5)$$

Якщо відбувається повне поглинання, то:



$$a_c(\varepsilon_s) \frac{R_0^2}{R^2} = p_c S(\varepsilon_s) z'_0(\varepsilon_s) \quad (2.6)$$

Тут  $e_r$  – одиничний вектор по напрямку радіуса-вектора орбіти (припускається, що розглядається супутник Сонця);  $k'$  – одиничний вектор по напрямку вісі симетрії супутника;  $\varepsilon_s$  – кут між цими напрямками, так що  $|e_r \times k'| = \sin \varepsilon_s$ ;  $R$  – поточна відстань від центра Сонця до центра мас супутника;  $a_c(\varepsilon_s)$  – коефіцієнт моменту сил світлового тиску;  $S$  – площа «тіні» на площині, нормальній до потоку;  $z'_0$  – відстань від центру мас до центру тиску.

### 2.1.3 Момент магнітного поля Землі

Космічні апарати взаємодіють з магнітним полем Землі при русі по її орбіті. На супутниках зазвичай є постійні магніти, різноманітні електричні системи, його металева оболонка намагнічується, в ній виникають вихрові струми etc. Все це обумовлює взаємодію космічного апарату з магнітним полем Землі.

Момент  $M$  сил, які виникли через взаємодію зовнішнього магнітного поля з напруженістю  $H$  і власного магнітного поля тіла, яке володіє магнітним моментом  $I$ , буде визначатися їх векторним добутком:

$$M = H \times I \quad (2.7)$$

Розглянемо деякі причини, котрі викликають появу магнітного моменту на космічному апараті

1) Постійні магніти та електричні системи в складі супутника.

Для простоти вважаємо, що цей момент викликає постійний магнітний момент  $I_0$ . Він направлений вздовж вісі симетрії космічного апарату:

$$I_0 = k'I_0 \quad (2.8),$$

Де  $I_0$  - постійний магнітний момент,  $k'$ - одиничний вектор вздовж вісі симетрії.

2) Намагнічування оболонки космічного апарату в магнітному полі Землі. Магнітний момент  $I_1$  вважають направленим вздовж вісі симетрії тіла, якщо дане тіло достатньо витягнуте. Величина такого моменту тоді вважають пропорційною складовій зовнішнього поля по цій вісі:

$$I_1 = \frac{\mu_0 - 1}{4\pi} \nu (H \cdot k') k' \quad (2.9),$$

де  $\mu_0$  – магнітна проникність,  $\nu$  – об'єм оболонки супутника,  $k'$ - одиничний вектор вздовж вісі симетрії.

Коли супутник обертається в магнітному полі Землі, в його оболонці виникають вихрові струми. Можна зробити декілька припущень про відносний момент сил, який викликається цими вихровими струмами:

1) Вихрових струмів в оболонці не виникає, якщо тіло обертається навколо силової лінії зовнішнього магнітного поля. Проте вони виникають при обертанні впоперек силових ліній. Нехай  $\Omega$  – кутова швидкість обертання тіла, а  $H$  – вектор магнітного напруження зовнішнього магнітного поля. Тоді вихрові струми будуть виникати за рахунок частини  $\Omega_{\perp}$ , кутової швидкості, де  $\Omega_{\perp}$  є проекцією  $\Omega$  на напрям в площині  $\Omega H$  і нормальне до  $H$ .

2) Вихрові струми приводять до дисипації енергії і до зменшення кутової швидкості  $\Omega$ , а саме до зменшення її складової  $\Omega_{\perp}$ . Це значить, що з'являється момент сил  $M$ , направлений проти вектора  $\Omega_{\perp}$ , і як можна вважати пропорційний  $\Omega_{\perp}$ :  $|\Omega_{\perp}| = |\Omega \sin \delta_r|$ .

3) Рахуючи, що  $I$  пропорційний  $H$ , знайдемо що  $M$  пропорційне  $H^2$ . тоді момент від вихрового струму прийме вигляд:  $M = -k_\delta I^2 \Omega \sin \delta_f \hat{a}_{\perp I}$ , де  $\delta_f$  – кут між  $\Omega$  і  $H$ ,  $\hat{a}_{\perp I}$  – одиничний вектор по напрямку  $\Omega_{\perp}$ ,  $k_\delta$  – коефіцієнт дисипації, який залежить від параметрів оболонки тіла, а також її орієнтації.

#### 2.1.4 Моменти гравітаційних сил

Момент гравітаційних сил являється найголовнішим фактором, який впливає на обертання природних небесних тіл. Не менший вплив він виявляє і на штучні небесні тіла.

Для початку варто розглянути дію ньютонівського центрального поля сил. Нехай центр мас супутника знаходиться на відстані  $R$  від центра тяжіння. Зв'яжемо з центром мас супутника праву прямокутну систему координат  $x, y, z$ . На частинку супутника з масою  $dm$  та координатами  $x, y, z$  діє ньютонівська сила по напрямку до центра тяжіння:

$$F = -\frac{\mu \cdot dm}{x^2 + y^2 + (z + R)^2} \cdot r_0 \quad (2.10)$$

де  $\mu$  – гравітаційна стала (для Землі  $\mu \approx 398602 \text{ км}^3/\text{сек}^2$ ), а одиничний вектор  $r_0$  визначається напрямними косинусами:

$$\begin{aligned} \cos(x, r_0) &= \frac{x}{r}, \cos(y, r_0) = \frac{y}{r}, \\ \cos(z, r_0) &= \frac{z + R}{r}, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + (z + R)^2}. \end{aligned} \quad (2.11),$$

Тоді з точністю до членів другого порядку малості компоненти сили  $F$  по вісям  $x, y, z$  виражаються наступним чином:

$$\begin{aligned}
F_x &= -\frac{\mu \cdot dm}{R^2} \cdot \frac{x}{R}, \\
F_y &= -\frac{\mu \cdot dm}{R^2} \cdot \frac{y}{R}, \\
F_z &= -\frac{\mu \cdot dm}{R^2} + 2\frac{\mu \cdot dm}{R^2} \cdot \frac{z}{R} \equiv F_z^{(0)} + F_z^{(1)}.
\end{aligned}
\tag{2.12},$$

Тіло буде обертатися навколо центру мас, якщо воно абсолютно тверде і його центр мас співпадає з центром поля сил, в якому знаходиться в даний момент це тіло.

Використовуючи формули (2.12) для збурюючого поля сил, можна обчислити момент даного поля відносно початку координат для будь-якої точки.

Маємо:

$$M_x = +3yz \frac{\mu \cdot dm}{R^3}, M_y = -3xz \frac{\mu \cdot dm}{R^3}, M_z = 0. \tag{2.13},$$

## 2.2 Математична модель руху супутника на орбіті

Просторовий рух космічного апарату – це його рух по орбіті. Математична модель - це система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. В даному випадку вона потрібна для визначення швидкостей і координат супутника в будь-якій точці його координати в певний момент часу. Математичне моделювання починається з розгляду основних законів руху космічного апарату і питань загалом пов'язаних з його швидкостями та положенням.

Почнемо з випадку, коли супутник здійснює рух в центральному гравітаційному полі.

В центральному гравітаційному полі на супутник певної маси  $m$  діє гравітаційна сила:

$$m\vec{g} = -m\mu\vec{r}/r^3 \tag{2.14},$$

де  $\mu = fM = 3,986008 \cdot 10^{14}$  - гравітаційна стала Землі,  $r$  - радіус-вектор супутника з центра поля.

Представимо дане рівняння в векторному вигляді:

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu\vec{r}/r^3 \quad (2.15),$$

При відомих початкових значеннях величин  $\vec{r}(t_0)$  та  $\dot{\vec{r}}(t_0)$ , можна отримати чисельні розв'язки диференціального рівняння (2.15). Такий метод обчислення траєкторіє занадто складний і комплексний. Його використання є недоцільним. Тому краще використовувати інший метод, а саме обчислення послідовності функцій. Розглянемо даний метод детальніше:

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{C} \quad \text{або} \quad \vec{r} \times \vec{V} = \vec{C}, \quad (2.16),$$

де  $\vec{C}$  - константа.

В результаті диференціювання (2.16), отримаємо:

$$\dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}} + \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{r} \times (-\mu\vec{r}/r^3) = 0. \quad (2.17).$$

Вираз (2.16)- перший векторний інтеграл площ. Цей вираз показує, що момент кількості руху  $\vec{r} \times m\vec{V}$  супутника під час його руху в центральному полі є постійним вектором, рівним  $m\vec{C}$ . Виходить, що площа, яка "покривається" вектором  $\vec{r}$  за одиницю часу, під час руху супутника залишається постійною.

Також з виразу (2.16) випливає, що вектор  $\vec{r}(t)$  при всіх  $t$  ортогональний вектору  $\vec{C}$  і, отже, траєкторія супутника є плоскою лінією, що лежить в площині, яка проходить через центр тяжіння.

Траєкторія руху супутника являється еліпсом за своєю формою. В одному з фокусів цього еліпсу знаходиться центр тяжіння. Щоб задати точне положення супутника відносно Землі, потрібно вказати шість постійних елементів орбіти і один змінний (Рис .2.5).

Для початку введемо систему координат по Гринвічу, де осі  $x$  та  $y$  лежать в площині екватору, вісь  $x$  направлена по нульовому меридіану, вісь  $z$  є перпендикулярною до площини екватору, а направлена по вісі обертання Землі.

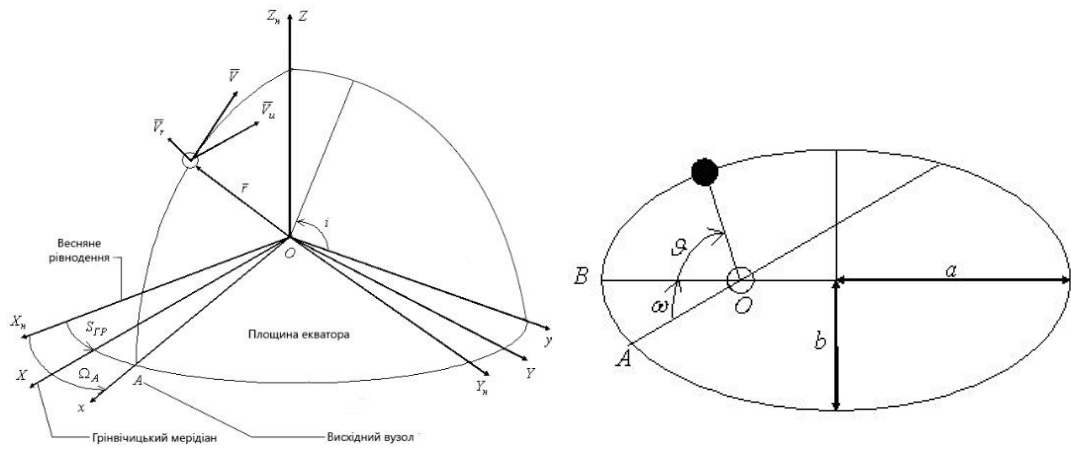


Рис. 2.5 Постійні елементи орбіти штучного супутника Землі

Розглянемо постійні елементи орбіти. До них відносяться:

- $\Omega_A$  - довгота висхідного вузла А орбіти;
- $i$  - кут нахилення орбіти;
- $a, b$  - довжини пів вісей еліпса;
- $\omega$  - аргумент (кут) перигею;
- $t_B$  - час проходження супутником точки В перигею.

До змінного параметру відносять істинну аномалію супутника  $\mathcal{G}(t)$ . Він задає кутове положення космічного апарату на еліпсі.

Іноді до параметрів також включають фазу супутника, або іншими словами аргумент широти. Це кут  $u = \omega + \mathcal{G}$ .

Запишемо рівняння еліпсу в полярних координатах:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \mathcal{G}}, 0 \leq e \leq 1, \quad (2.18),$$

де  $p = b^2 a^{-1} = a(1 - e^2)$ ,  $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$ .

На підставі записаного виразу (2.18), завдяки елементам  $\Omega_A, i, e, p, \omega, \mathcal{G}$ , можна обчислити координати космічного апарату в системі координат по Гринвічу XYZ:

$$\begin{aligned} x_s &= r(\cos u \cos \Omega_1 - \sin u \cos i \sin \Omega_1); \\ y_s &= r(\cos u \sin \Omega_1 + \sin u \cos i \cos \Omega_1); \\ z_s &= r \sin u \sin i; \end{aligned} \quad (2.19),$$

$$\Omega_1 = \Omega_A - S_{GP}, S_{GP}(t_0) + \Omega(t - t_0)$$

де  $\Omega$  - кутова швидкість Землі;

$S_{GP}$  - кут між напрямком на точку весняного рівноденства і площиною гринвіцького меридіану (зірковий гринвіцький час).

Перейдемо до закону за яким змінюється істинна аномалія  $\mathcal{G}(t)$  в часі. Використаємо вираз (2.16). З інтегралу площ отримаємо скалярну рівність:

$$\frac{1}{2} r \cdot V \sin(\bar{r}\bar{V}) = \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \dot{\mathcal{G}} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\mathcal{G}} = const. \quad (2.20),$$

З отриманого виразу можна зробити вивід, що швидкість зміни площі, що покривається вектором  $\bar{r}$ , є постійною.

З вищезазначеного випливає, що для положення супутника на орбіті ( $0 \leq \mathcal{G} \leq \pi$ ), а також для точок перигею ( $\mathcal{G} = 0$ ) і апогею ( $\mathcal{G} = \pi$ ) справедливі наступні рівності:

$$\frac{r^2 \dot{\mathcal{G}}}{2} = \frac{r_0 V_0}{2} = \frac{r_\pi V_\pi}{2} = \frac{\pi ab}{T} = \frac{nab}{2} = const, \quad (2.21),$$

де  $\pi ab$  - площа еліпса;

$n$  - середня наріжна швидкість супутника за весь період його обертання;

$r_0, V_0, r_\pi, V_\pi$  - величини, що відносяться до перигею (індекс "0") і апогею (індекс "π").

Центральне поле тяжіння характеризується функцією  $U = \frac{\mu m}{r}$ . З цього випливає перший інтеграл збереження енергії:

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{\mu m}{r} = const \quad (2.22),$$

Тоді для точок апогею і перигею справедлива рівність:

$$V_0^2 - V_\pi^2 = 2\mu \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_\pi} \right) \quad (2.23)$$

На підставі (2.21) і (2.23) з урахуванням рівнянь  $r_0 = \frac{p}{1+e}$  і  $r_\pi = \frac{p}{1-e}$  отримаємо систему двох рівнянь відносно  $V_0$  і  $V_\pi$ :

$$V_0^2 - V_\pi^2 = 4\mu ep^{-1}, V_0(1-e) = V_\pi(1+e). \quad (2.24)$$

Визначаємо величини  $V_0$  і  $V_\pi$  з (2.24). Тут вони рівні:

$$V_0 = (1+e)\sqrt{\mu p^{-1}}, V_\pi = (1-e)\sqrt{\mu p^{-1}}. \quad (2.25)$$

Тоді з (2.21) і (2.19) випливає:

$$\dot{\vartheta} = \frac{r_0 V_0}{r^2} = \sqrt{\mu p^{-3}} (1 + e \cos \vartheta)^2; \vartheta(t_0) = \vartheta_0 \quad (2.26)$$

$$nab = r_0 V_0, n = \frac{\sqrt{\mu p}}{ab} = \frac{\sqrt{\mu}}{a^3}. \quad (2.27)$$

Виходить, що можна обчислити координати  $x_s(t), y_s(t), z_s(t)$  супутника користуючись виразом (2.19), при умові, що рішення  $\vartheta(t, t_0)$  нелінійного диференціального рівняння (2.26) з початковою умовою  $\vartheta(t_0)$  є відомим.

Наприкінці розглянемо вираз для обчислення радіальної  $V_r$  і тангенціальної  $V_u$  швидкостей супутника (рис. 2.18).

З (2.18) і (2.19) випливає:

$$V_r = \dot{r} = \sqrt{\mu p^{-1}} e \sin \vartheta, V_u = r \dot{\vartheta} = \sqrt{\eta p^{-1}} (1 + e \cos \vartheta) \quad (2.28)$$



## **Висновки по розділу**

Підсумовуючи усе вищезазначене, можна зробити висновок, що використовуючи параметри орбіти, можна обчислювати положення і швидкості супутників без складностей.



$$\begin{cases} \frac{dK_x}{dt} + K_z \omega_y - K_y \omega_z = M_x; \\ \frac{dK_y}{dt} + K_x \omega_z - K_z \omega_x = M_y; \\ \frac{dK_z}{dt} + K_y \omega_x - K_x \omega_y = M_z. \end{cases} \quad (3.1)$$

де  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - проекції кутової швидкості обертання мікросупутника навколо центру мас;

Запишемо деякі співвідношення:

$$K_x = I_x \omega_x, K_z = I_z \omega_z, K_y = I_y \omega_y + H \quad (H = \text{const}); \quad (3.2),$$

де  $M_x, M_y, M_z$  - моменти сил, котрі діють на мікросупутник відповідно вісей.

Підставимо (3.2) в (3.1). отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + I_z \omega_z \omega_y - (I_y \omega_y + H) \omega_z = M_x \\ I_y \dot{\omega}_y + H + I_x \omega_x \omega_z - I_z \omega_z \omega_x = M_y \\ I_z \dot{\omega}_z - I_x \omega_x \omega_y + (I_y \omega_y + H) \omega_x = M_z \end{cases} \quad (3.3)$$

Відповідно до (3.2)  $H = \text{const}$ , тому її похідна буде дорівнювати 0. В зв'язку з цим переписемо систему рівнянь (3.3):

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + I_z \omega_z \omega_y - I_y \omega_y \omega_z - H \omega_z = M_x \\ I_y \dot{\omega}_y + I_x \omega_x \omega_z - I_z \omega_z \omega_x = M_y \\ I_z \dot{\omega}_z - I_x \omega_x \omega_y + I_y \omega_y \omega_x + H \omega_x = M_z \end{cases} \quad (3.4)$$

Продовжуємо перетворення:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z - H \omega_z = M_x \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x = M_y \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x + H \omega_x = M_z \end{cases} \quad (3.5),$$

де  $I_x, I_y, I_z$  - вісьові моменти інерції мікросупутника.

Далі треба провести лінеаризацію рівнянь даних рівнянь руху. Припустимо, що кутові швидкості (крім  $\omega_0$ ), а також самі кути є нехтуємо малі.

$$\begin{cases}
1 & I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z - H \omega_z = M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \\
2 & I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x = M_{y1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta \\
3 & I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x + H \omega_x = M_{z1}
\end{cases} \quad (3.6)$$

Треба провести лінеаризацію кожного з рівнянь системи (3.6):

1. Лінеаризація першого рівняння:

$$\begin{aligned}
I_x (\ddot{\varphi} - \omega_0 \dot{\psi}) + (I_z - I_y) (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) (\dot{\theta} - \omega_0) - H (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \Rightarrow \\
I_x \ddot{\varphi} - I_x \omega_0 \dot{\psi} + (I_z - I_y) (\dot{\psi} \dot{\theta} - \omega_0 \dot{\psi} + \omega_0 \varphi \dot{\theta} - \omega_0^2 \varphi) - H (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \Rightarrow \\
I_x \ddot{\varphi} - I_x \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0^2 \varphi - H (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \Rightarrow \\
I_x \ddot{\varphi} - (I_z - I_y + I_x) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi - H \dot{\psi} - H \omega_0 \varphi &= M_{x1} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$(3.7) \quad I_x \ddot{\varphi} - [(I_z - I_y + I_x) \omega_0 \dot{\psi} + H \dot{\psi}] - [4\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi + H \omega_0 \varphi] = M_{x1}$$

2. Лінеаризація другого рівняння:

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\theta} + (I_x - I_z) (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) &= M_{y1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta \Rightarrow \\
I_y \ddot{\theta} + (I_x - I_z) (\dot{\varphi} \dot{\psi} + \omega_0 \varphi \dot{\varphi} - \omega_0 \psi \dot{\psi} - \omega_0 \varphi \psi) &= M_{y1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta \Rightarrow \quad (3.8) \\
I_y \ddot{\theta} - 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta &= M_{y1}
\end{aligned}$$

3. Лінеаризація третього рівняння:

$$\begin{aligned}
I_z (\ddot{\psi} + \omega_0 \dot{\varphi}) + (I_y - I_x) (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) (\dot{\theta} - \omega_0) + H (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) &= M_{z1} \Rightarrow \\
I_z \ddot{\psi} + I_z \omega_0 \dot{\varphi} + (I_y - I_x) (\dot{\varphi} \dot{\theta} - \omega_0 \psi \dot{\theta} - \omega_0 \dot{\varphi} + \omega_0^2 \psi) + H (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) &= M_{z1} \Rightarrow \quad (3.9) \\
I_z \ddot{\psi} + I_z \omega_0 \dot{\varphi} - (I_y - I_x) \omega_0 \dot{\varphi} + (I_y - I_x) \omega_0^2 \psi + H (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) &= M_{z1} \Rightarrow \\
I_z \ddot{\psi} - (I_y - I_x - I_z) \omega_0 \dot{\varphi} + (I_y - I_x) \omega_0^2 \psi + H \dot{\varphi} - H \omega_0 \psi &= M_{z1} \Rightarrow \\
I_z \ddot{\psi} - [(I_y - I_x - I_z) \omega_0 \dot{\varphi} - H \dot{\varphi}] + [(I_y - I_x) \omega_0^2 \psi - H \omega_0 \psi] &= M_{z1}
\end{aligned}$$

Переписуємо систему рівнянь руху мікросупутника з тангажним двигуном після лінеаризації:

$$\begin{cases} I_x \ddot{\varphi} - [(I_z - I_y + I_x)\omega_0 \dot{\psi} + H \dot{\psi}] + [4\omega_0^2(I_y - I_z)\varphi - H\omega_0\varphi] = M_{x1} \\ I_y \ddot{\theta} - 3\omega_0^2(I_z - I_x)\theta = M_{y1} \\ I_z \ddot{\psi} + [(I_z - I_y + I_x)\omega_0 \dot{\varphi} + H \dot{\varphi}] + [(I_y - I_x)\omega_0^2\psi - H\omega_0\psi] = M_{z1} \end{cases} \quad (3.10)$$

Ця система (3.10) описує рух мікросупутника з тангажним двигуном тільки при малих кутах повороту. В ній також можна помітити присутність гіроскопічних моментів:  $H\omega_0\varphi$ ,  $H\omega_0\psi$ .

### 3.2 Математична перевірка моделі мікросупутника з тангажним двигуном на стійкість за корнями

Рівняння руху МС:

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\psi} - N_1 \dot{\varphi} + N_2 \psi &= M_{z1}; \\ I_y \ddot{\theta} + N_4 \theta &= M_{y1}; \\ I_x \ddot{\varphi} + N_1 \dot{\psi} + N_3 \varphi &= M_{x1}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

де  $N_1 = -(I_z - I_y + I_x)\omega_0$ ;  $N_2 = (I_y - I_x)\omega_0^2$ ;  $N_3 = 4\omega_0^2(I_y - I_z)$ ;  $N_4 = 3\omega_0^2(I_x - I_z)$ .

Розглянемо стійкість системи (3.11).

Друге рівняння можна розглядати окремо. Необхідною умовою стійкості є умова

$$N_4 = 3I_x\omega_0^2 > 0. \quad (3.12)$$

Тобто, повинно бути  $I_x > 0$ , або

$$I_x > I_z. \quad (3.13)$$

Для першого та третього рівнянь характеристичне рівняння має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} I_z s^2 + N_2 & -N_1 s \\ N_1 s & I_x s^2 + N_3 \end{vmatrix} = (I_z s^2 + N_2)(I_x s^2 + N_3) + N_1^2 s^2 = \\ &= I_x I_z s^4 + (I_x N_2 + I_z N_3 + N_1^2) s^2 + N_2 N_3 = 0. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Необхідні умови стійкості руху наступні

$$\begin{aligned} I_x N_2 + I_z N_3 + N_1^2 &> 0; \\ N_2 N_3 &> 0. \end{aligned} \quad (3.15)$$

З аналізу другої нерівності (3.15) можна зробити висновок про доцільність забезпечення нерівностей  $I_y > I_x$  та  $I_y > I_z$ . З другого рівняння системи (3.10) можна зробити висновок про доцільність забезпечення нерівності  $I_x > I_z$ .

Ці нерівності можна об'єднати в такий вираз

$$I_y > I_x > I_z. \quad (3.16)$$

Ми отримали аналог відомої з теоретичної механіки умови стійкості обертального руху тіла відносно деякої осі: обертальний рух відносно деякої осі буде стійким, якщо момент інерції тіла навколо осі обертання (в даному випадку – це вісь  $OY$ ) є максимальним (мінімальним) серед моментів інерції тіла відносно всіх осей [ 1 ].

Аналіз показує, що при виконанні умови (3.16) корні характеристичного рівняння є чисто уявні (дійсні частини дорівнюють нулю). Тобто, система знаходиться на межі стійкості.

Розглянемо знаходження коренів.

Корні рівняння  $s^2 + N_4 = 0$ , яке відповідає другому рівнянню системи (3.11), позначимо як «korni\_1». Корні системи з першого та другого рівнянь системи (3.11) можна шукати як корні характеристичного рівняння (3.14) (позначимо як «korni\_2»). Недоліком цього є необхідність аналітичного знаходження характеристичного рівняння (3.14).

Обчислення можна скоротити, якщо розглядати матрицю

$$H = \begin{vmatrix} I_z s^2 + N_2 & -N_1 s & 0 \\ N_1 s & I_x s^2 + N_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_y s^2 + N_4 \end{vmatrix} \quad (3.17)$$

всієї системи та використати функцію “tzero(H)” для обчислення коренів (позначимо як «korni\_3»).

```
%roots_sv_2
clc
clear
wo=0.001083;
m=2; h=2; I1=m*h^2;
Ix=1.0+I1; Iy=1.2+I1; Iz=0.8;
N1=-(Iz-Iy+Ix)*wo; N2=(Iy-Ix)*wo^2; N3=-4*(Iz-Iy)*wo^2;
N4=3*(Ix-Iz)*wo^2;
format shorte
del1=[Iy 0 N4];
del2=[Ix*Iz 0 Ix*N2+Iz*N3+N1^2 0 N2*N3];
format shorte
korni_1=roots(del1)
korni_2=roots(del2)

s=tf('s');
A11=Iz*s^2+N2; A12=-N1*s; A13=0;
A21=N1*s; A22=Ix*s^2+N3; A23=0;
A31=0; A32=0; A33=Iy*s^2+N4;
H=[A11 A12 A13;A21 A22 A23;A31 A32 A33];
korni_3=tzero(H)
```

Результати обчислень:

```
korni_1 =
    0.0000e+00 + 1.7709e-03i
    0.0000e+00 - 1.7709e-03i
```

korni\_2 =

$$1.0842e-19 + 2.1075e-03i$$

$$1.0842e-19 - 2.1075e-03i$$

$$-4.0658e-20 + 5.3766e-04i$$

$$-4.0658e-20 - 5.3766e-04i$$

korni\_3 =

$$0.0000e+00 + 5.3766e-04i$$

$$0.0000e+00 - 5.3766e-04i$$

$$0.0000e+00 + 2.1075e-03i$$

$$0.0000e+00 - 2.1075e-03i$$

$$0.0000e+00 + 1.7709e-03i$$

$$0.0000e+00 - 1.7709e-03i$$

Бачимо, що корні є чисто уявні.

Для перевірки висновку про доцільність виконання умови  
(3.16) прийемо  $I_y = 1.2 + I1 < I_x = 2.0 + I1$ .

Результати обчислень наступні

korni\_1 =

$$0.0000e+00 + 1.7492e-03i$$

$$0.0000e+00 - 1.7492e-03i$$

korni\_2 =

$$5.4210e-20 + 1.9460e-03i$$

$$5.4210e-20 - 1.9460e-03i$$

$$-6.4690e-04 + 0.0000e+00i$$

$$6.4690e-04 + 0.0000e+00i$$

korni\_3 =

$$0.0000e+00 + 1.7492e-03i$$

$$0.0000e+00 - 1.7492e-03i$$

$$-4.7706e-19 + 1.9460e-03i$$

$$-4.7706e-19 - 1.9460e-03i$$

$$-6.4690e-04 + 0.0000e+00i$$



$$6.4690e-04 + 0.0000e+00i$$

З'явився комплексний корінь з додатною дійсною частиною, що свідчить про нестійкість системи.

Виконаємо аналогічний аналіз при використанні тангажного двигуна. Будемо аналізувати перше та третє рівняння системи (3.11) при

$$\begin{aligned} N_1 &= H - (I_z - I_y + I_x)\omega_0; \quad N_2 = [H + (I_y - I_x)\omega_0]\omega_0; \quad N_3 = [H + 4\omega_0(I_y - I_z)]\omega_0; \\ N_4 &= 3\omega_0^2(I_x - I_z). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Для  $H=0.015H^*m^*сек$  отримано

korni\_1 =

$$8.4026e-19 + 7.2787e-03i$$

$$8.4026e-19 - 7.2787e-03i$$

$$2.7105e-19 + 1.5506e-03i$$

$$2.7105e-19 - 1.5506e-03i$$

Для  $H=0.03H^*m^*сек$  отримано

korni\_1 =

$$0.0000e+00 + 1.2906e-02i$$

$$0.0000e+00 - 1.2906e-02i$$

$$-1.3553e-19 + 1.4006e-03i$$

$$-1.3553e-19 - 1.4006e-03i$$

В обох випадках корні є чисто уявні, тобто система знаходиться на межі стійкості.

### **Висновки по розділу**

Після перевірки коренів системи математичної моделі мікросупутника з та без використання тангажного двигуна, можна стверджувати, що без двигуна система має комплексний корінь з додатною дійсною частиною, що свідчить про нестійкість системи, а з двигуном корні є чисто уявні, тобто система знаходиться на межі стійкості.

#### 4. Розрахунок системи стабілізації

Прикладення моментів до мікросупутника є основним засобом забезпечення потрібної точності стабілізації. Дані моменти пропорційні за значенням до кутів відхилення космічного апарату в орбітальній системі координат. Сьогодні цю задачу вирішують за допомогою пасивних або активних методів, іноді їх комбінацією. До активних відносять, наприклад, гравітаційні і аеродинамічні системи орієнтації, а до пасивних – реактивні, електромагнітні.

Все більш складні задачі поставлені перед сучасними супутниками вимагають вдосконалення та підвищення точності стабілізаційних систем.

В даному розділі буде розглянуто пасивний метод підвищення точності стабілізації. Він полягає в впровадженні на мікросупутник двигуна, в якому при ідеальній стабілізації кінетичний момент ротора співпадає з вектором орбітальної кутової швидкості самого мікросупутника.

Для початку варто розглянути найпростішу пасивну систему керування. Найбільшого поширення серед пасивних систем стабілізації кутового руху космічних апаратів отримали системи, які для стабілізації використовують відновлювальний момент гравітаційних сил - системи гравітаційної стабілізації. Основним недоліком таких систем є невисока точність орієнтації в порівнянні з активними системами. Тим не менш, вони мають цілу низку переваг: відносна простота, дешевизна і надійність конструкції, можливість довгострокового функціонування без витрат енергії або робочого тіла, відсутністю забруднення простору відпрацьованими газами або спотворень магнітного поля навколо космічного апарату.

Найпоширенішими є:

- 1) Системи з гнучкими протяжними елементами

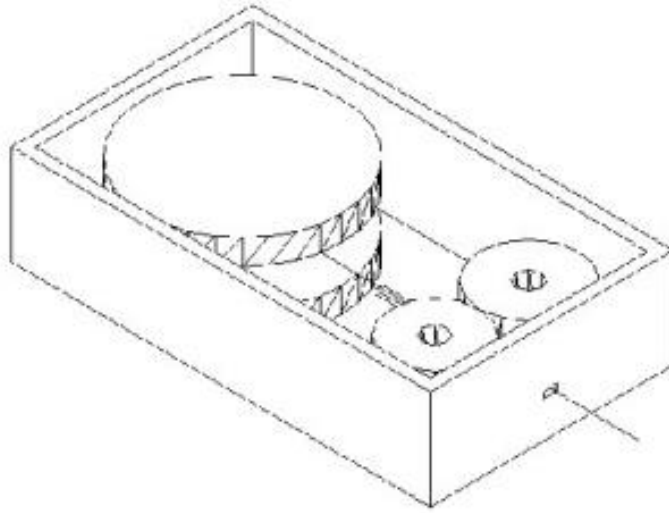


Рис.4.1 Схема системи з гнучкими протяжними елементами  
СГС КА TU Sat 1

- 2) Тросові системи



Рис.4.2 Тросова система TIPS

### 3) Системи з гравітаційними штангами

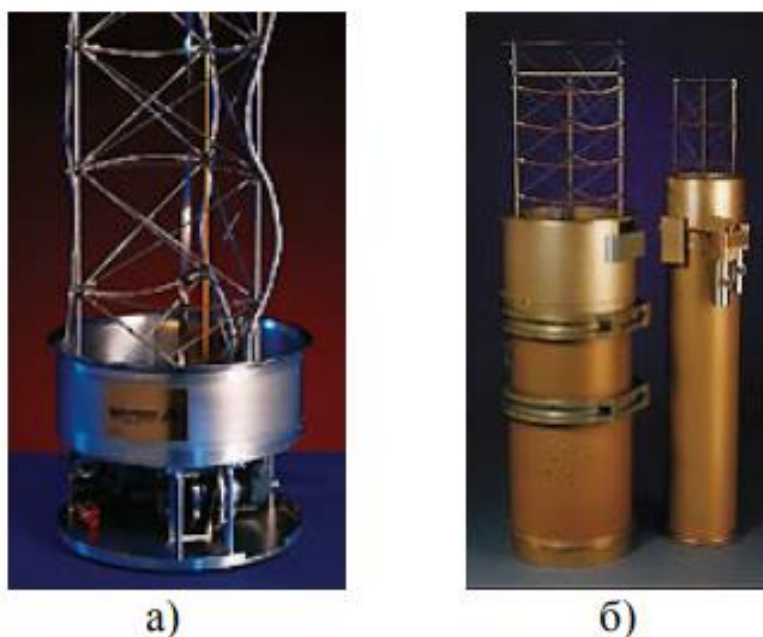


Рис.4.3 Трансформовані конструкції CoilABLE:

Управління процесом розгортання таких конструкцій здійснюється за допомогою витяжного шнура (lanyard deployment, рис. 6а) і з використанням забезпеченого внутрішнім різьбленням корпусу (canister deployment, рис. 6б).

#### 4.1 Динаміка мікросупутника з гравітаційною системою стабілізації

Рух мікросупутника буде розглядатися в орбітальній системі координат (Рис.4.4), де  $\omega_0$  - це орбітальна кутова швидкість.

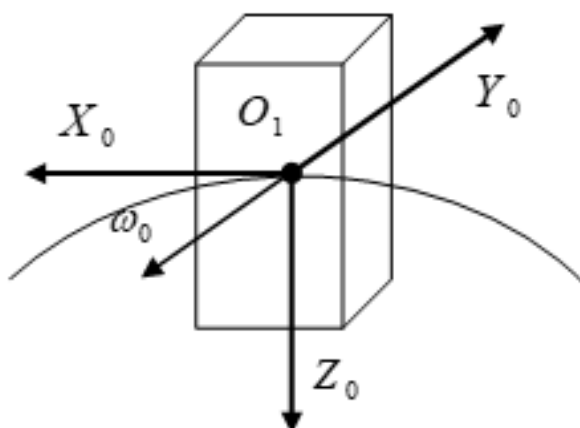


Рис.4.4 Мікросупутник в орбітальній системі координат  $Ox_0y_0z_0$

На Рис.4.5 представлено взаємне положення орбітальної системи координат  $OX_0Y_0Z_0$  та системи координат, зв'язаної з супутником  $OXYZ$ . Вантаж, встановлений за допомогою штанги висотою  $h$ , позначений літерою  $m$ .

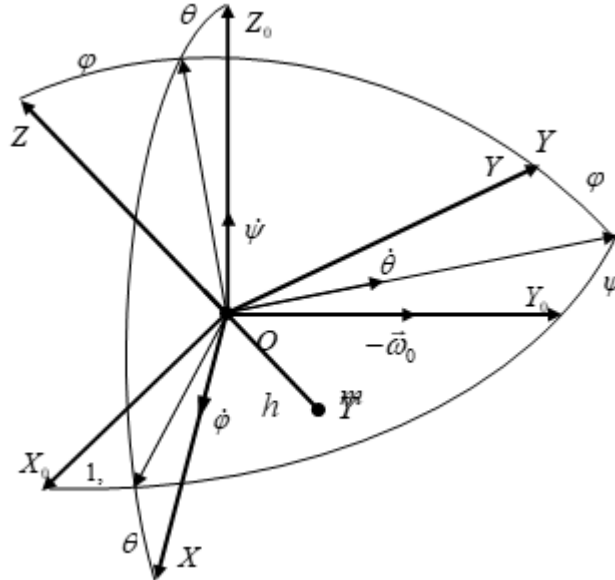


Рис.4.5 Взаємне положення систем координат.

Запишемо теорему про зміну кінетичного моменту твердого тіла в проекції на вісі рухомої системи координат:

$$\begin{cases} \frac{dK_x}{dt} + K_z\omega_y - K_y\omega_z = M_x; \\ \frac{dK_y}{dt} + K_x\omega_z - K_z\omega_x = M_y; \\ \frac{dK_z}{dt} + K_y\omega_x - K_x\omega_y = M_z. \end{cases} \quad (4.1)$$

де  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - проекції кутової швидкості обертання мікросупутника;

$M_x, M_y, M_z$  - моменти сил, які діють на мікросупутник відносно вісей.

Запишемо

$$K_x = I_x\omega_x, K_z = I_z\omega_z, K_y = I_y\omega_y, \quad (4.2)$$

де  $I_x = I_{xc}, I_y = I_{yc}, I_z = I_{zc}$ ,

$I_{xc}, I_{yc}, I_{zc}$  – моменти інерції безпосередньо МС.

Підставляємо (4.2) в (4.1):

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= M_x; \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x &= M_y; \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x &= M_z. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Виділимо гравітаційний момент  $\vec{M}_{zp}$ , який обумовлено наявністю сили тяжіння, що діє на мікросупутник:

$$M_x = M_{x1} + M_{xzp}; \quad M_y = M_{y1} + M_{yzp}; \quad M_z = M_{z1} + M_{zsp}, \quad (4.4)$$

де  $M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$  – всі інші моменти.

Проводимо лінеаризацію рівнянь руху, припускаючи, що кутові швидкості (крім  $\omega_0$ ) і кути нехтуємо малі.

З кінематичних рівнянь Ейлера для малих кутів Ейлера знайдемо::

$$\omega_x \approx \dot{\varphi} - \omega_0 \psi; \quad \omega_y \approx \dot{\theta}; \quad \omega_z \approx \dot{\psi} + \omega_0 \varphi. \quad (4.5)$$

Лінеаризовані гравітаційні моменти мають вигляд

$$\begin{aligned} M_{xzp} &= 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi; \\ M_{yzp} &= 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta; \\ M_{zsp} &= 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

Проведімо лінеаризацію кожного з рівнянь системи (4.3):

Для першого рівняння:

$$\begin{aligned} I_x (\ddot{\varphi} - \omega_0 \dot{\psi}) + (I_z - I_y) (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) (\dot{\theta} - \omega_0) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \Rightarrow \\ I_x \ddot{\varphi} - I_x \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0^2 \varphi &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi \Rightarrow \\ I_x \ddot{\varphi} - (I_z - I_y + I_x) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi &= M_{x1} \Rightarrow \\ I_x \ddot{\varphi} - (I_z - I_y + I_x) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_z - I_y) \varphi &= M_{x1}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Для другого рівняння:

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\theta} + (I_x - I_z) (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) &= M_{y1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_x) \theta \Rightarrow \\ I_y \ddot{\theta} + 3\omega_0^2 (I_x - I_z) \theta &= M_{y1}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Для третього рівняння:

$$\begin{aligned}
 I_z(\ddot{\psi} + \omega_0\dot{\phi}) + (I_y - I_x)(\dot{\phi} - \omega_0\psi)(\dot{\theta} - \omega_0) &= M_{z1} \Rightarrow \\
 I_z\ddot{\psi} + I_z\omega_0\dot{\phi} + (I_y - I_x)(-\omega_0\dot{\phi} + \omega_0^2\psi) &= M_{z1} \Rightarrow \\
 I_z\ddot{\psi} - (I_y - I_x - I_z)\omega_0\dot{\phi} + (I_y - I_x)\omega_0^2\psi &= M_{z1} \Rightarrow \\
 I_z\ddot{\psi} + (I_y - I_x - I_z)\omega_0\dot{\phi} + (I_y - I_x)\omega_0^2\psi &= M_{z1}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Запишемо рівняння руху мікросупутника з тангажним двигуном:

$$\begin{aligned}
 I_z\ddot{\psi} - N_1\dot{\phi} + N_2\psi &= M_{z1}; \\
 I_y\ddot{\theta} + N_4\theta &= M_{y1}; \\
 I_x\ddot{\phi} + N_1\dot{\psi} + N_3\phi &= M_{x1}.
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

де  $N_1 = -(I_z - I_y + I_x)\omega_0$ ;  $N_2 = (I_y - I_x)\omega_0^2$ ;  $N_3 = 4\omega_0^2 (I_y - I_z)$ ;  $N_4 = 3\omega_0^2 (I_x - I_z)$

Після зроблених перетворень розглянемо стійкість системи (4.10).

Друге рівняння може бути розглянуте окремо. Тут необхідною умовою стійкості є умова:

$$N_4 = 3I_x\omega_0^2 > 0. \tag{4.12}$$

Отримуємо, що має бути  $I_x > 0$ , або

$$I_x > I_z. \tag{4.13}$$

Складаємо характеристичний поліном для першого та третього рівнянь:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} I_z s^2 + N_2 & -N_1 s \\ N_1 s & I_x s^2 + N_3 \end{vmatrix} = (I_z s^2 + N_2)(I_x s^2 + N_3) + N_1^2 s^2 = \\
 &= I_x I_z s^4 + (I_x N_2 + I_z N_3 + N_1^2) s^2 + N_2 N_3.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Тут необхідними умовами стійкості є:

$$\begin{aligned}
 I_x N_2 + I_z N_3 + N_1^2 &> 0; \\
 N_2 N_3 &> 0.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Проаналізуємо другу нерівність (4.15). В даному випадку можна зробити висновок чи доцільно забезпечувати нерівності  $I_y > I_x$  та  $I_y > I_z$ . Також аналізуємо друге рівняння системи (4.15) і доцільність виконання нерівності  $I_x > I_z$ .



Об'єднуємо ці нерівності:

$$I_y > I_x > I_z. \quad (4.16)$$

Таким чином отримуємо аналог умови стійкості обертального руху тіла відносно деякої осі відомої з теоретичної механіки: обертальний рух відносно деякої осі буде стійким, якщо момент інерції тіла навколо осі обертання (в даному випадку – це вісь  $OY$ ) є максимальним (мінімальним) серед моментів інерції тіла відносно всіх осей

Знаходимо вирази кутів орієнтації з системи (4.10):

$$\theta = \frac{1}{N_4 - I_y s^2} M_{y1} \quad (4.17)$$

З другого та третього рівнянь системи (4.10) знаходимо:

$$\psi = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} M_{z1} & -N_1 s \\ M_{x1} & I_x s^2 + N_3 \end{vmatrix} = \frac{I_x s^2 + N_3}{\Delta} M_{z1} + \frac{N_1 s}{\Delta} M_{x1}. \quad (4.18)$$

$$\varphi = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} I_z s^2 + N_2 & M_{z1} \\ N_1 s & M_{x1} \end{vmatrix} = \frac{I_z s^2 + N_2}{\Delta} M_{x1} - \frac{N_1 s}{\Delta} M_{z1}. \quad (4.19)$$

Виконаємо моделювання руху МС. Прийнемо наступні дані:

$$\omega_0 = 0,001083 \text{ c}^{-1}; I_{xc} = 1,1 \text{ H} \cdot \text{м} \cdot \text{c}^2; I_{yc} = 1,2 \text{ H} \cdot \text{м} \cdot \text{c}^2; I_{zc} = 1 \text{ H} \cdot \text{м} \cdot \text{c}^2; m = 2 \text{ кг}; h = 2 \text{ м}.$$

$$M_{x1} = M_{y1} = M_{z1} = 1 \cdot 10^{-7} \sin \omega_0 t \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

```
%Initial_grav_stab_1
```

```
clc
```

```
clear
```

```
wo=0.001083;
```

```
m=2; h=2; I1=m*h^2;
```

```
Ix=0.4+I1; Iy=0.9+I1; Iz=0.3;
```

```
N1=-(Iz-Iy+Ix)*wo; N2=(Iy-Ix)*wo^2; N3=-4*(Iz-Iy)*wo^2;
```

```
N4=3*(Ix-Iz)*wo^2;
```

Схема моделювання наведена на Рис.4.6, Рис.4.7

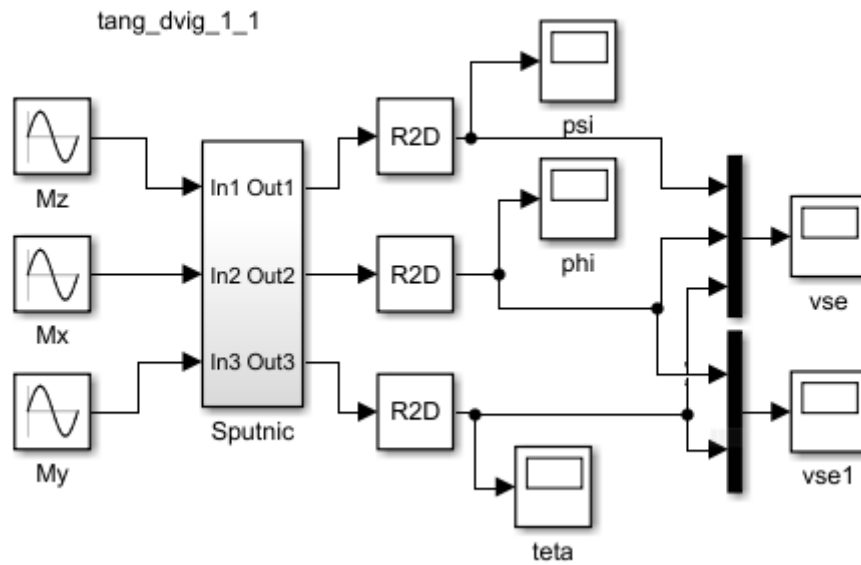


Рис.4.6 Схема моделювання

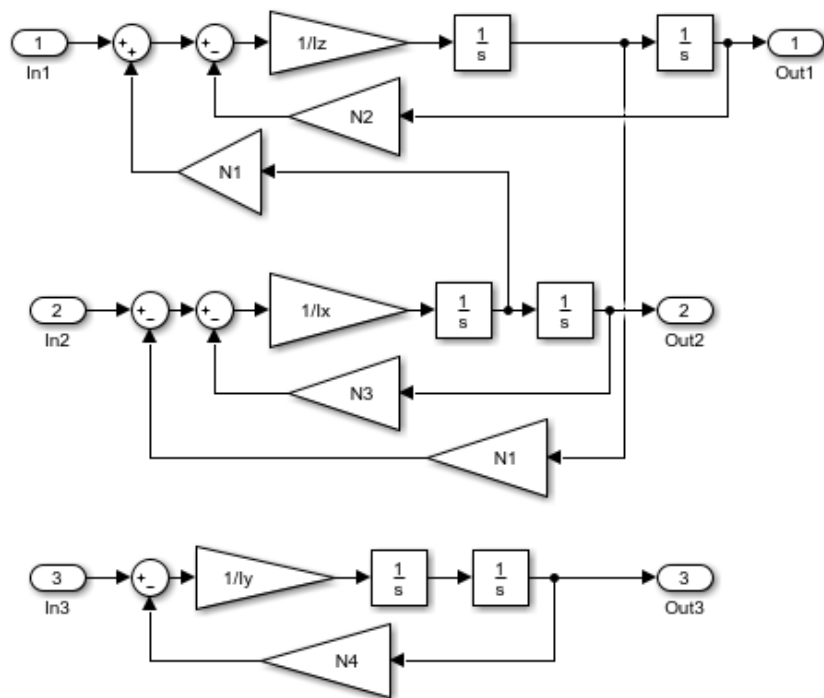


Рис.4.7 Підсистема «Sputnic»

На Рис.4.8 представлено отримані моделюванням похибки стабілізації (в градусах) без гравітаційного стабілізатора ( $h=0$ ).

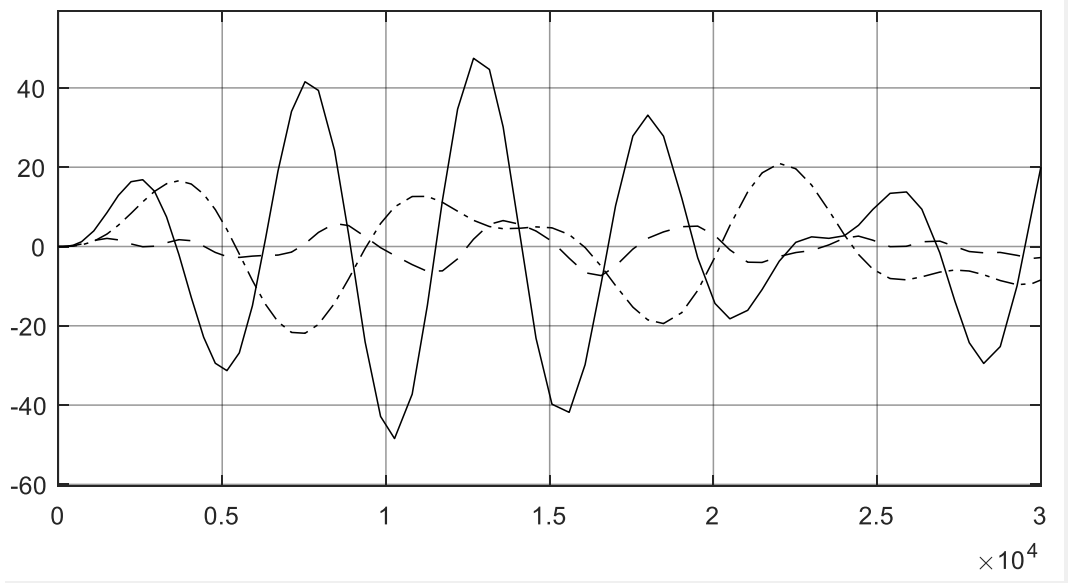


Рис.4.8

Бачимо, що присутні великі похибки стабілізації за всіма кутами.

На Рис.4.9 представлено похибки стабілізації за наявності гравітаційної стабілізації.

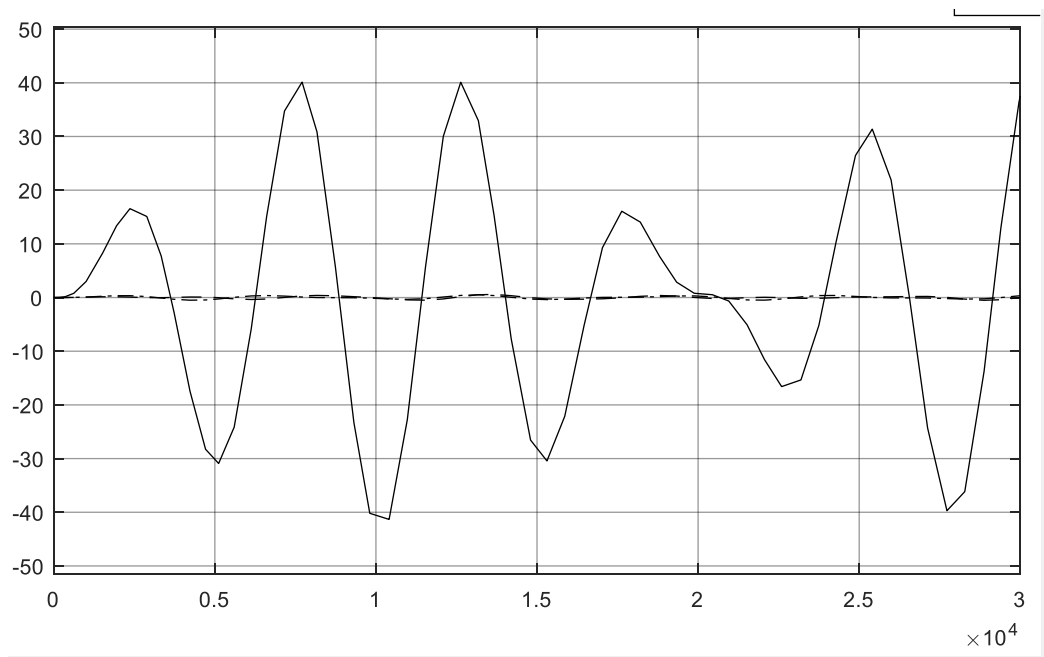


Рис.4.9

Похибки стабілізації за кутами  $\theta$  та  $\varphi$  суттєво зменшилися. Ці кути окремо представлено на Рис.4.10

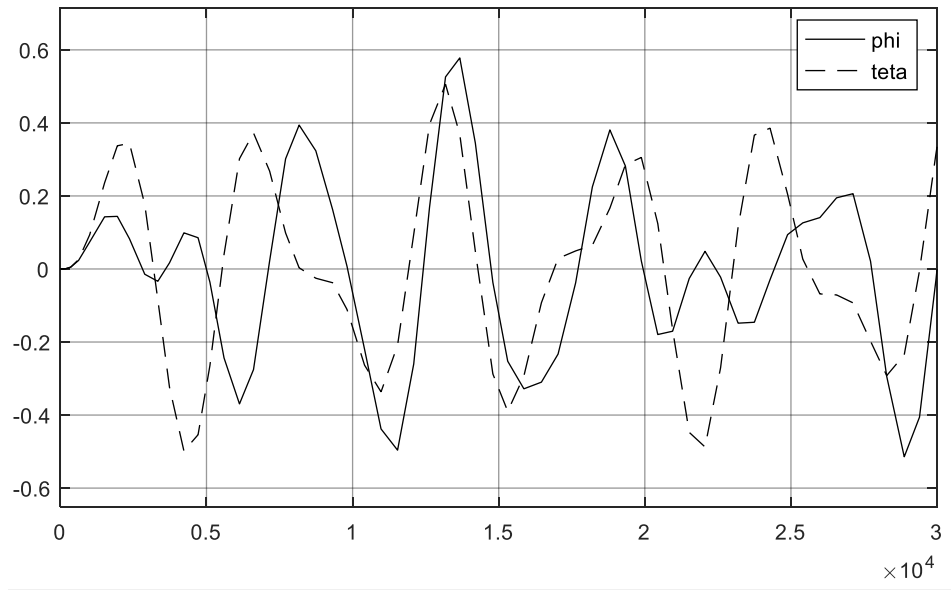


Рис.4.10

В той же час похибка стабілізації за кутом  $\psi$  змінилася несуттєво. Останнє можна пояснити тим, що параметр  $N_2$ , який визначає цю похибку, не залежить від наявності маси  $m$ . Тобто, введенням гравітаційного стабілізатора зменшити похибку за кутом  $\psi$  неможливо.

#### 4.2 Динаміка мікросупутника з тангажним двигуном

Тангажний двигун встановлений так, щоб кінетичний момент цього двигуна був протилежно направлений осі  $OY$  (Рис.4.11). Тоді вектори  $\vec{H}$  та  $\vec{\omega}_0$  будуть співпадати, якщо не буде похибок стабілізації.

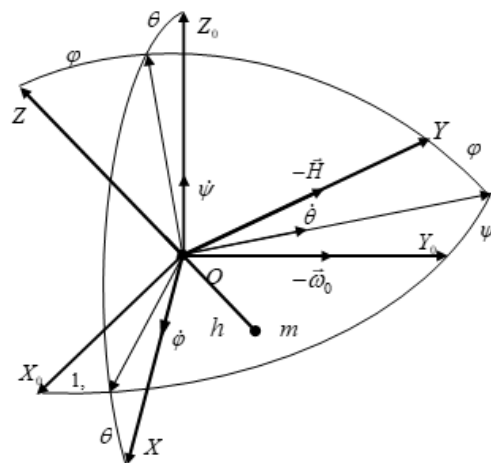


Рис.4.11 Взаємне положення систем координат.

Повернемося до рівняння (4.3), де:

$$K_x = I_x \omega_x, K_z = I_z \omega_z, K_y = I_y \omega_y - H, \quad (H = \text{const}) \quad (4.20)$$

де  $I_x = I_{xc} + mh^2$ ;  $I_y = I_{yc} + mh^2$ ;  $I_z = I_{zc}$ .

Маємо рівняння:

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z + H \omega_z &= M_x; \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x &= M_y; \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x - H \omega_x &= M_z. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Проведемо лінеаризацію рівнянь (4.2).

Для першого рівняння:

$$\begin{aligned} I_x (\ddot{\phi} - \omega_0 \dot{\psi}) + (I_z - I_y) (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) (\dot{\theta} - \omega_0) + H (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \phi \Rightarrow \\ I_x \ddot{\phi} - I_x \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0 \dot{\psi} - (I_z - I_y) \omega_0^2 \phi + H (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) &= M_{x1} + 3\omega_0^2 (I_z - I_y) \phi \Rightarrow \\ I_x \ddot{\phi} - (I_z - I_y + I_x) \omega_0 \dot{\psi} - 4\omega_0^2 (I_z - I_y) \phi + H \dot{\psi} + H \omega_0 \phi &= M_{x1} \Rightarrow \\ I_x \ddot{\phi} + [H - (I_z - I_y + I_x) \omega_0] \dot{\psi} + [H - 4\omega_0 (I_z - I_y)] \omega_0 \phi &= M_{x1}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Для другого рівняння:

$$\begin{aligned} I_y \ddot{\theta} + (I_x - I_z) (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) (\dot{\psi} + \omega_0 \phi) &= M_{y1} + 3\omega_0^2 (I_x - I_z) \theta \Rightarrow \\ I_y \ddot{\theta} + 3\omega_0^2 (I_x - I_z) \theta &= M_{y1}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Для третього рівняння:

$$\begin{aligned} I_z (\ddot{\psi} + \omega_0 \dot{\phi}) + (I_y - I_x) (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) (\dot{\theta} - \omega_0) - H (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) &= M_{z1} \Rightarrow \\ I_z \ddot{\psi} + I_z \omega_0 \dot{\phi} + (I_y - I_x) (-\omega_0 \dot{\phi} + \omega_0^2 \psi) - H (\dot{\phi} - \omega_0 \psi) &= M_{z1} \Rightarrow \\ I_z \ddot{\psi} - (I_y - I_x - I_z) \omega_0 \dot{\phi} + (I_y - I_x) \omega_0^2 \psi - H \dot{\phi} + H \omega_0 \psi &= M_{z1} \Rightarrow \\ I_z \ddot{\psi} - [H - (I_y - I_x - I_z) \omega_0] \dot{\phi} + [H + (I_y - I_x) \omega_0] \omega_0 \psi &= M_{z1} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Запишемо рівняння руху мікросупутника з тангажним двигуном, де:

$$\begin{aligned} N_1 &= H - (I_z - I_y + I_x) \omega_0; \quad N_2 = [H + (I_y - I_x) \omega_0] \omega_0; \quad N_3 = [H + 4\omega_0 (I_y - I_z)] \omega_0; \\ N_4 &= 3\omega_0^2 (I_x - I_z). \end{aligned}$$

Після проведеного аналізу стає зрозуміло, що присутність такого двигуна збільшила  $N_2, N_3$ . Це можна розглядати, як позитивне явище тому, що тоді вплив збурюючих моментів на мікросупутник обмежується.

Варто зазначити, що якщо розглядати ситуацію з боку теорії гіроскопів, виходить, що наявність тут гіроскопічних моментів  $H\omega_0\psi, H\omega_0\varphi$  співпадає з ситуацією, коли в обертаючомуся гірокомпасі встановленому на Землі виникає напрямний гіроскопічний момент.

Будь-який гіроскопічний момент намагається сумістити кутову швидкість обертання і кінетичний момент. На цьому принципі базується робота, наприклад, гіроскопічних датчиків кутової швидкості.

Виходить, що дані гіроскопічні моменти  $H\omega_0\psi, H\omega_0\varphi$  тримають мікросупутник на площині орбіти, але не обмежують рух космічного апарату у цій площині. Все це є наслідком того, що вектор кутової швидкості  $\vec{\omega}_0$  нерухомий у просторі (Рис.4.12).

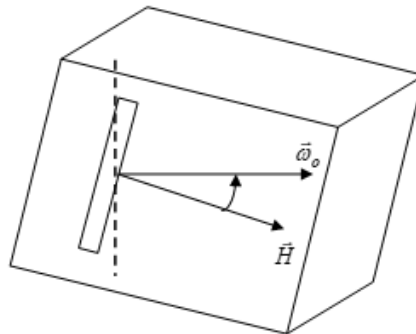


Рис.4.12 Гіроскопічна стабілізація

Гіроскоп (тангажний двигун) і мікросупутник починають рухатися так, щоб сумістити вектори  $\vec{H}$  і  $\vec{\omega}_0$  між собою. Тобто зменшити відхилення положення мікросупутника від площини заданої орбіти. Проте це відбувається тільки за наявності обертальної кутової швидкості. Якщо є обертальна кутова швидкість  $\vec{\omega}_0$

В ситуації коли:

$$H = (I_z + I_x - I_y)\omega_0 \quad (4.25)$$

Отримуємо  $N_1 = 0$ . Тоді варто розглядати рівняння незалежно. Це спростить аналіз.

Після зроблених перетворень розглянемо стійкість системи.

При введенні тангажного двигуна друге рівняння системи не змінюється. Тоді умова  $I_x > I_z$  є справедливою. Достатньою умовою, щоб нерівності (4.15) виконувалися є одночасне виконання нерівностей:

$$\begin{aligned} H &> |I_y - I_x| \omega_0; \\ H &> 4|I_y - I_z| \omega_0. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Тоді  $N_2 > 0$ ,  $N_3 > 0$ , умови стійкості (4.15) виконуються.

Проаналізуємо другу нерівність (4.15). В даному випадку можна зробити висновок чи доцільно забезпечувати нерівності  $I_y > I_x$  та  $I_y > I_z$ . Також аналізуємо друге рівняння системи (4.15) і доцільність виконання нерівності  $I_x > I_z$ . Їх можна об'єднати:

$$I_y > I_x > I_z. \quad (4.27)$$

Таким чином отримуємо аналог умови стійкості обертального руху тіла відносно деякої осі відомої з теоретичної механіки: обертальний рух відносно деякої осі буде стійким, якщо момент інерції тіла навколо осі обертання (в даному випадку – це вісь  $OY$ ) є максимальним (мінімальним) серед моментів інерції тіла відносно всіх осей.

Проаналізуємо вирази для  $N_2$ ,  $N_3$ . Виходить, що на стійкість системи негативно впливає зміна напрямку обертання двигуна (приймаємо  $H < 0$ ). З вищезазначеного видно, що напрям обертання тангажного двигуна потрібно обрати так, щоб напрями векторів  $\vec{H}$  та  $\vec{\omega}_0$  співпадали при нульових кутах орієнтації.

Виконаємо моделювання руху МС. Прийmemo  $H = 0,015 H \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ .

Результати наведено на Рис.4.13

```

%Init_tang_dvig_2
clc
clear
wo=0.001083;
m=2; h=2; I1=m*h^2;
H=0.015
Ix=1.1+I1; Iy=1.2+I1; Iz=1;
N1=-H-(Iz-Iy+Ix)*wo; N2=(H+(Iy-Ix)*wo)*wo; N3=(H-4*(Iz-
Iy)*wo)*wo;
N4=3*(Ix-Iz)*wo^2;

```

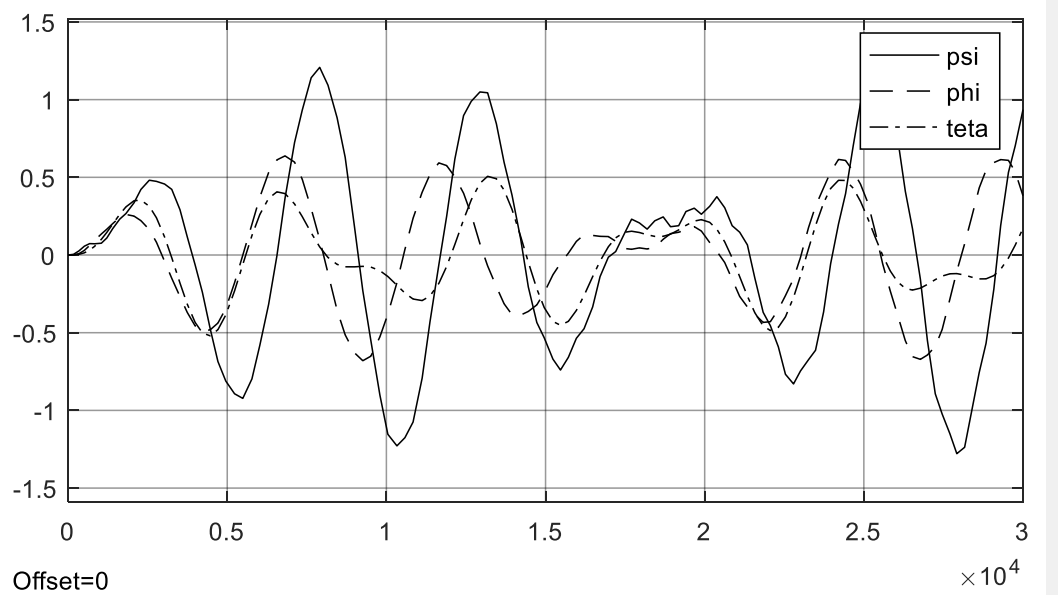


Рис.4.13

Бачимо, що похибки стабілізації зменшилися за всіма кутами.

Зауважимо, що при аналізі ми вважали кінетичний момент двигуна сталим. Це має місце, коли двигун вже розігнаний. В той же час МС запускається з не розігнаним двигуном, а двигун розганяється після виведення МС на орбіту. Тому в спрощеному вигляді розглянемо, що буде мати місце під час розгону двигуна.

Рівняння МС з двигуном під час розгону запишемо так

$$I_y \dot{\omega}_y + \dot{H} = 0. \quad (4.28)$$

Після інтегрування отримаємо



$$I_y \omega_y = -H. \quad (4.29)$$

Тобто, МС почне обертатися в протилежну сторону. Це пояснюється 3-м законом Ньютона: щоб розкрутити двигун, до нього треба прикласти момент. Такий же за величиною, але протилежний за напрямом момент буде прикладений до МС. Він і повертає МС.

Якщо прийняти  $I_{yc} = 1H \cdot m \cdot c^2$ ;  $H = 0,04H \cdot m \cdot c$ , отримаємо  $\omega_y = -0,04c^{-1} \approx -2gp/c$ . Це означає, що або при розгоні двигуна треба прикладати до МС додатковий момент, щоб утримувати МС від обертання, або треба після закінчення розгону двигуна зупинити рух МС.

### **Висновки по розділу**

З проведеного моделювання стає ясно, що використання комбінації гравітаційної системи стабілізації та тангажного двигуна зменшує похибки стабілізації за всіма кутами.

## 5. Розробка пакета програм моделювання системи стабілізації

### 5.1 Розробка моделі в середовищі MATLAB-Simulink

Для проведення моделювання руху мікросупутника з тангажним двигуном для початку треба розробити модель даної системи в середовищі. В цій роботі в якості такого середовища було обрано MATLAB-Simulink.

Для розуміння ходу роботи далі буде представлено докладний опис складання руху космічного апарату разом з тангажним двигуном та опис інструментів, які були використані протягом роботи в моделювальному середовищі.

Вся модель буде складатися на основі рівнянь, як було приведено в розділі три.

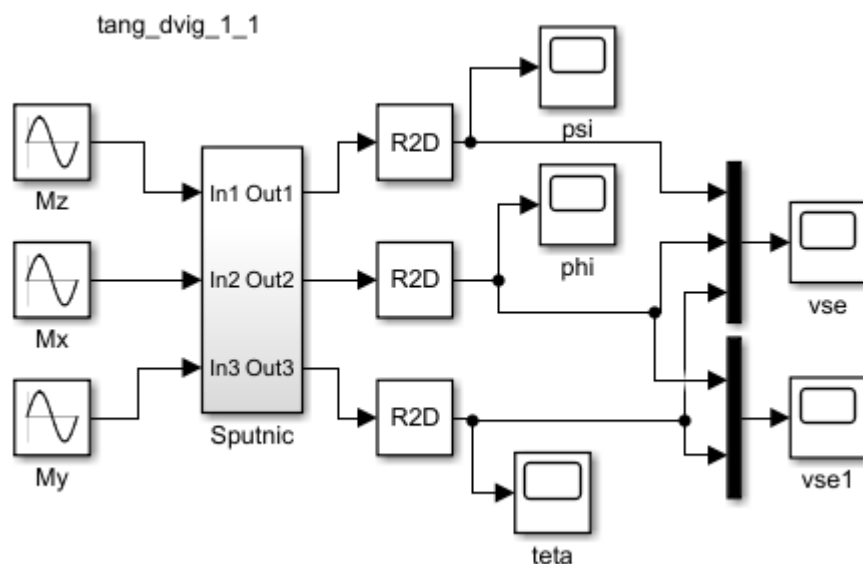


Рис моделі.5.1

Розглянемо модель на рис.5.1. В ній за моделювання рівнянь руху відповідає підсистема «Sputnic».

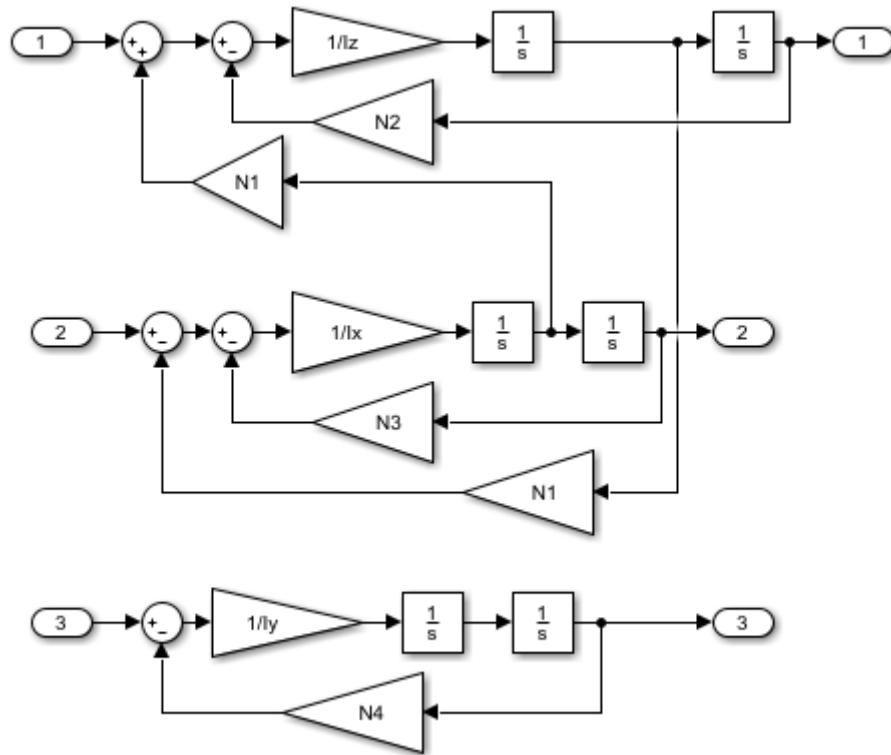


Рис.5.2 підсистема

Дана підсистема містить в собі блоки в яких прописані рівняння руху мікросупутника з тангажним двигуном, котрі описують рух по трьом осям. А саме рихкання, тангажу та крену.

Далі розглянемо блоки детальніше.

Тут моделюються системи рівнянь з другого розділу даної системи. Для наочності наступних операцій продублюємо ці системи рівнянь і покажемо місце відповідних їм блоків.

$$\begin{cases} I_x \ddot{\varphi} - [(I_z - I_y + I_x)\omega_0 + H]\dot{\psi} + [4\omega_0(I_y - I_z) - H]\omega_0\varphi = M_{x1} \\ I_z \ddot{\psi} + [(I_z - I_y + I_x)\omega_0 + H]\dot{\varphi} + [(I_y - I_x)\omega_0 - H]\omega_0\psi = M_{z1} \\ I_y \ddot{\theta} + 3\omega_0^2(I_x - I_z)\theta = M_{y1} \end{cases}$$

Тепер приведемо деякі співвідношення:

$$N1 = (I_z - I_y + I_x)\omega_0 + H ;$$

$$N2 = [(I_y - I_x)\omega_0 - H]\omega_0 ;$$

$$N3 = [4\omega_0(I_y - I_z) - H]\omega_0$$

$$N4 = 3\omega_0^2(I_x - I_z);$$

$$I_{xob} = 1/I_x;$$

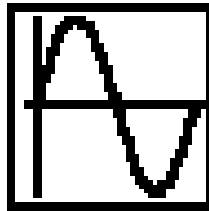
$$I_{yob} = 1/I_y;$$

$$I_{zob} = 1/I_z;$$

## 5.2 Блоки, використанні в роботі

Щоб зрозуміти логіку складання моделі, треба більш детально зупинитися на блоках, котрі було використано.

1) Sine Wave – блок, що імітує джерело синусоїдального сигналу



Sine Wave1

Рис.5.4 іконка, що відображає блок Sine Wave

Призначення:

Формує синусоїдальний сигнал із заданою частотою, амплітудою, фазою і зсувом.

Для формування вихідного сигналу блоком можуть використовуватися два алгоритми. Вид алгоритму визначається параметром Sine Type (спосіб формування сигналу):

- Time-based - За поточним часом.
- Sample-based - По величині кроку модельного часу.

Формування вихідного сигналу за поточним значенням часу для безупинних систем

Вихідний сигнал джерела в цьому режимі відповідає вираженню:

$$y = \text{Amplitude} * \sin(\text{frequency} * \text{time} + \text{phase}) + \text{bias}.$$

Параметри:

1. Amplitude - Амплітуда.
2. Bias - Постійна складова сигналу.
3. Frequency (rads/sec) - Частота (рад/с).
4. Phase (rads) - Початкова фаза (рад).
5. Sample time - Крок модельного часу. Використовується для узгодження роботи джерела й інших компонентів моделі в часі.

Параметр може приймати наступні значення:

1. 0 (за замовчуванням) - Використовується при моделюванні безупинних систем.
2. 0 (позитивне значення) - Задається при моделюванні дискретних систем. У цьому випадку крок модельного часу можна інтерпретувати як крок квантування за часом вихідного сигналу.
3. -1 - Крок модельного часу встановлюється таким же, як і в попередньому блоці, тобто блоці, відкіля приходить сигнал у даний блок.

Цей параметр може задаватися для більшості блоків бібліотеки Simulink. При розрахунках для дуже великих значень часу точність розрахунку вихідних значень сигналу падає внаслідок значної помилки округлення.

2) Sum - блок обчислення суми

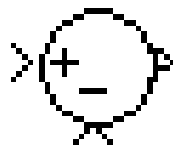


Рис.5.5 іконка, що відображає блок Sum

Призначення:

Блок Sum виконує додавання або віднімання на своїх входах. Блоки Додавання, Віднімання, Сума елементів та Сума є однаковими блоками. Цей блок може додавати або віднімати

скалярні, векторні або матричні дані. Він також може згортати елементи сигналу і виконувати підсумовування.

Ви вказуєте операції блоку з параметром Список знаків з плюсом (+), мінусом (-) та пробілом (|).

Кількість символів + та - дорівнює кількості inputs. Наприклад, + - + вимагає трьох inputs. Блок віднімає другий (середній) input від першого (верхнього) input, а потім додає третій (нижній) input.

Розпірний символ створює додатковий простір між портами на піктограмі блоку.

Якщо виконується лише додавання, ви можете використовувати числове значення, рівне кількості inputs.

Якщо лише один вхідний порт, один + або - додає або віднімає елементи за всіма розмірами або у зазначеному вимірі.

Блок Sum спочатку перетворює тип вхідних даних у тип даних накопичувача, а потім виконує зазначені операції. Блок перетворює результат на тип вихідних даних, використовуючи вказані режими округлення та переповнення.

3) Angle Conversion- блок перетворення значення кутів

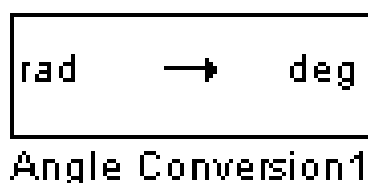


Рис.5.6 іконка, що відображає блок Angle Conversion

4) Scope – блок -осцилограф/індикатор

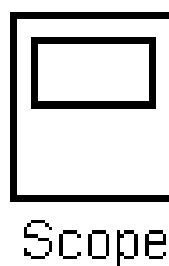


Рис.5.7 іконка, що відображає блок Scope

Створюване з його допомогою оглядове вікно нагадує екран вимірювального приладу. Відкрити вікно Score можна двічі клацнувши мишею на блоці.. Блок- діаграма може бути побудована таким чином, щоб на вхід блоку надходила векторна величина. У цьому випадку для кожного елемента вектора у вікні будується окрема крива, що відбиває динаміку його зміни.

Змінити властивості блоку Score можна за допомогою діалогового вікна Properties (Рис.5.8).



Рис.5.8 Діалогове вікно Properties блоку Score

## 5) Gain Підсилювач

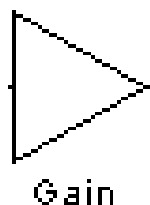


Рис.5.9 іконка, що відображає блок Gain

Призначення:

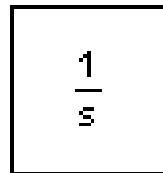
Блок посилення помножує вхідні дані на постійне значення (коефіцієнт підсилення). Вхідні дані та коефіцієнт підсилення можуть бути скалярами, векторами або матрицями.



Ви визначаєте значення коефіцієнта посилення в параметрі Gain. Параметр Множення дозволяє вказати елементне чи матричне множення. Для множення матриць цей параметр також дозволяє вказати порядок множення.

Коефіцієнт посилення перетворюється з подвійного на тип даних, зазначений у блочній масці в автономному режимі, за допомогою округлення до найближчого та насичення. Потім вхід і коефіцієнт підсилення множаться, і результат перетворюється на тип вихідних даних, використовуючи вказані режими округлення та переповнення.

б) Integrator - інтегруючий блок



Integrator

Рис.5.10 іконка, що відображає блок Integrator

Опис

Блок інтегратора видає значення інтеграла його вхідного сигналу відносно часу.

Simulink® розглядає блок Integrator як динамічну систему з одним станом. Динаміка блоків задається:

де:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = u(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad x(t_0) = x_0$$

- $u$  - вхід блоку.
- $y$  - вихід блоку.
- $x$  - стан блоку.
- $x_0$  - початкова умова  $x$ .

Хоча ці рівняння визначають точну залежність у безперервному часі, Simulink використовує методи чисельного наближення, щоб оцінити їх з кінцевою точністю. Simulink може використовувати кілька різних методів числової інтеграції для обчислення вихідних даних блоку, кожен з яких має переваги в конкретних додатках. За допомогою панелі розв'язувача діалогового вікна Параметри конфігурації виберіть техніку, яка найкраще підходить для вашої програми.

Вибраний вирішувач обчислює вихід блоку інтегратора на поточному кроці часу, використовуючи поточне вхідне значення та значення стану на попередньому кроці часу. Для підтримки цієї обчислювальної моделі блок Integrator зберігає свій вихід на поточному етапі часу для використання вирішувачем для обчислення його результату на наступному кроці часу. Блок також забезпечує вирішувач початковою умовою для використання при обчисленні початкового стану блоку на початку моделювання. Значення за замовчуванням для початкової умови - 0. За допомогою діалогового вікна параметрів блоку вкажіть інше значення для початкової умови або створіть на блоці порт введення початкового значення.

Використовуйте діалогове вікно параметрів, щоб:

- Визначте верхню та нижню межі інтеграла
- Створіть вхід, який скидає вихід (стан) блоку до його початкового значення, залежно від того, як змінюється вхід
- Створіть додатковий вивід стану, щоб значення виводу блоку могло викликати скидання блоку
- Використовуйте блок інтегратора дискретного часу, щоб створити суто дискретну систему.

7) Inport блок вводу сигналу

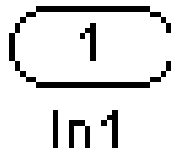


Рис.5.10 іконка, що відображає блок Inport

Опис:

Блоки імпорту посилають сигнали ззовні системи в систему.

Програмне забезпечення Simulink® призначає номери портів блоків імпорту згідно з цими правилами:

- Він автоматично нумерує блоки Inport послідовно в системі або підсистемі верхнього рівня, починаючи з 1.
- Якщо ви додаєте блок Inport, мітка є наступним доступним номером.
- Якщо ви видалите блок Inport, інші номери портів автоматично перенумеруються, щоб переконатися, що блоки Inport мають послідовність і що жодні номери не пропускаються.
- Якщо ви скопіюєте блок Inport в систему, номер його порту не буде перенумерований, якщо його поточний номер не суперечить inport, який уже є в системі. Якщо скопійований номер порту блоку Inport не відповідає послідовності, перенумеруйте блок. В іншому випадку під час запуску моделювання або оновлення блок-схеми з'являється повідомлення про помилку.

Inport блоки в підсистемах:

Блоки імпорту в підсистемі представляють вхідні дані до підсистеми. Сигнал, що надходить на вхідний порт блоку підсистеми, витікає з відповідного блоку Inport у цій підсистемі. Блок Inport, асоційований із вхідним портом у блоці підсистеми, - це блок, параметр номера порту якого відповідає відносному положенню вхідного порту в блоці підсистеми. Наприклад, блок Inport, параметр номера порту якого дорівнює 1, отримує сигнал від блоку, підключеного до самого верхнього порту блоку підсистеми.

Якщо ви перенумеруєте номер порту блоку Inport, блок стає підключеним до іншого порту введення. Блок продовжує отримувати свій сигнал від того самого блоку поза підсистемою. Блоки імпорту всередині підсистеми підтримують розповсюдження міток сигналів, але блоки імпорту на кореновому рівні ні.

8) Outport блок виводу сигналу



Рис.5.10 іконка, що відображає блок Outport

Опис:

Блоки експорту пов'язують сигнали від системи до пункту призначення поза системою. Вони можуть підключати сигнали, що надходять від підсистеми, до інших частин моделі. Вони також можуть забезпечувати зовнішні результати на верхньому рівні ієрархії моделі.

Програмне забезпечення Simulink® призначає номери портів блоків експорту згідно з цими правилами:

Він автоматично нумерує блоки експорту в системі або підсистемі кореневого рівня послідовно, починаючи з 1.

Якщо ви додаєте блок "Експорт", йому присвоюється наступний доступний номер.

Якщо видалити блок "Експорт", інші номери портів автоматично перенумеруються, щоб переконатися, що блоки "Експорт" мають послідовність і що жодні номери не пропускаються.

Експорт блоків у підсистемі

Блоки експорту в підсистемі представляють виходи з підсистеми. Сигнал, що надходить на блок експорту в підсистемі, витікає з відповідного вихідного порту цього блоку підсистеми.

Блоком експорту, асоційованим з вихідним портом, є блок, параметр номера якого відповідає відносному положенню вихідного порту в блоці підсистеми. Наприклад, блок "Експорт", параметр номера порту якого дорівнює 1, надсилає свій сигнал блоку, підключеному до самого верхнього вихідного порту блоку підсистеми.

Якщо ви перенумеруєте номер порту блоку "Експорт", блок стане підключений до іншого вихідного порту. Блок продовжує надсилати сигнал тому самому блоку поза підсистемою.

9) Subsystem - блок підсистема



Рис.5.11 іконка, що відображає блок Subsystem

Опис:

Блок підсистеми містить підмножину блоків у моделі або системі. Блок підсистеми може представляти віртуальну підсистему або невіртуальну підсистему.

- Невіртуальна підсистема - контроль, коли вміст підсистеми оцінюється як одна одиниця (атомне виконання). Створіть умовно виконані підсистеми, які запускаються лише тоді, коли подія відбувається на тригерному, виклику функції, дії або ввімкнення вводу.

- Віртуальна підсистема - підсистема не виконується ні умовно, ні атомно. Віртуальні підсистеми не мають контрольних сум. Щоб визначити, чи є підсистема віртуальною, використовуйте функцію `get_param` для параметра логічного блоку `IsSubsystemVirtual`.

Атомна підсистема - це блок підсистеми з вибраним параметром блоку Розглядається як атомна одиниця.

- Підсистема кодового використання - це підсистемний блок із вибраним параметром «Обробляти як атомну одиницю» та параметром «Упаковка функцій», встановленим для функції «Багаторазове використання», вказуючи формат формування коду функції для підсистеми.

Щоб створити підсистему, виконайте одну з таких дій:

- Скопіюйте блок підсистеми з бібліотеки «Порти та підсистеми» у свою модель. Потім додайте блоки до підсистеми, відкривши блок підсистеми та скопіювавши в нього блоки.
- Виділіть усі блоки та лінії, що складають підсистему, та виберіть **Діаграма > Довідка про підсистему та модель > Створити підсистему з виділення Simulink®** замінює блоки на блок підсистеми, а також необхідні блоки Inport та Outport для відображення сигналів, що надходять і виходять з підсистеми.

Кількість вхідних портів, намальованих на піктограмі блоку підсистеми, відповідає кількості блоків введення в підсистемі. Подібним чином кількість вихідних портів, намальованих на блоці, відповідає кількості блоків експорту в підсистемі.

Блок підсистеми підтримує розповсюдження міток сигналів через підсистеми Inport та Outport.

## **Висновки по розділу**

Моделювання руху і різних фізичних процесів об'єктів в сучасних пакетах прикладних програм для числового аналізу значно полегшує роботу та підвищує точність отриманих результатів.

## 6. Моделювання системи орієнтації

### 6.1 Динаміка мікросупутника в режимі розгону двигуна

Розглянемо динаміку мікросупутника при розгоні тангажного двигуна, тобто в режимі змінного кінетичного моменту двигуна. Для моделювання буде використано рівняння руху мікросупутника з додаванням складових з кінетичним моментом  $\dot{H}$ .

#### 6.1.1 Рух мікросупутника по куту тангажа

Запишемо лінеаризоване рівняння руху

$$\frac{d}{dt}(I_y \dot{\theta} - H) + N_4 \theta = M_{y1}.$$

Тобто,

$$I_y \ddot{\theta} + N_4 \theta = \dot{H} + M_{y1}. \quad (6.1)$$

При аналізі впливу складової  $\dot{H}$  покладемо  $M_{y1} = 0$ . Запишемо рівняння (6.1) у вигляді

$$\ddot{\theta} + k^2 \theta = \frac{1}{I_y} \dot{H}, \quad (6.2)$$

де  $k = \sqrt{\frac{N_4}{I_y}}$ .

Закон зміни кінетичного моменту:

$$H = H_* (1 - e^{-\lambda t}). \quad (6.3)$$

Розв'язуємо рівняння (6.2). Частинний розв'язок будемо шукати у вигляді  $\theta_1 = D e^{-\lambda t}$ . Після підстановки цього виразу в (6.2) отримаємо

$$D = \frac{\lambda H_*}{I_y (k^2 + \lambda^2)}. \quad (6.4)$$

Загальний розв'язок рівняння (6.2) шукаємо у вигляді

$$\theta = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt + D e^{-\lambda t}. \quad (6.5)$$



Прийmemo нульові початкові умови. Тоді з виразів  $\theta(0)=0$  та  $\dot{\theta}(0)=0$  отримаємо таку систему

$$\begin{aligned} C_1 + D &= 0; \\ C_2 k - \lambda D &= 0. \end{aligned}$$

Або

$$\begin{aligned} C_1 &= -D; \\ C_2 &= \frac{\lambda D}{k}. \end{aligned}$$

Тобто

$$\theta_* = D \left( -\cos kt + \frac{\lambda}{k} \sin kt + e^{-\lambda t} \right). \quad (6.6)$$

Таким чином, при розгоні двигуна заявляться похибка стабілізації мвкросупутника. Притому, навіть після закінчення розгону буде мати місце похибка

$$\theta_* = D \left( -\cos kt + \frac{\lambda}{k} \sin kt \right). \quad (6.7)$$

Введемо заміну

$$A \cos \varepsilon = \frac{\lambda}{k}; \quad A \sin \varepsilon = -1.$$

Тобто,

$$A = \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2}; \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{k}{\lambda}.$$

Тоді можна записати

$$\theta_* = DA \sin(kt - \varepsilon) = \theta_{*m} \sin(kt - \varepsilon), \quad (6.8)$$

де

$$\theta_{*m} = DA = \frac{\lambda H_*}{I_y (k^2 + \lambda^2)} \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2} = \frac{\lambda H_*}{I_y k \sqrt{k^2 + \lambda^2}} = \frac{\lambda H_*}{N_4 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda}{k} \right)^2}}.$$

Виходить, що похибка стабілізації залежить від швидкості розгону  $\lambda$ . Зокрема, для малих значень  $\lambda$  маємо  $\theta_{*m} \approx \frac{\lambda H_*}{k^2}$ . Тобто, чим менше  $\lambda$ , тим менша похибка. Але при малих  $\lambda$  великий час розгону.

При великих значеннях  $\lambda$ , коли  $\lambda^2 \ll k^2$  (час розгону малий), маємо

$$\theta_{*m} \approx \frac{H_*}{k}. \text{ Тобто, похибка стабілізації взагалі не залежить від}$$

$\lambda$  і визначається лише значенням  $H_*$ .

Таким чином, для зменшення впливу розгону на похибку стабілізації швидкість розгону треба вибрати достатньо малою (

$\lambda \ll k$ ). Для прийнятих параметрів маємо  $k = 1,7709 \cdot 10^{-3}, 1/c$ . Тобто, час

розгону двигуна  $\tau \approx \frac{3}{\lambda}$  доцільно брати значно більше, ніж

$$\frac{3}{1,7709 \cdot 10^{-3}} = 1694, \text{ с. Якщо прийняти } \lambda = 1 \cdot 10^{-4}, c^{-1}, \text{ тобто } \tau = 8,3 \text{ ч,}$$

отримаємо  $\theta_{*m} = 3^\circ$ . Якщо прийняти  $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}, c^{-1}$ , тобто  $\tau = 1,7 \text{ ч,}$

отримаємо  $\theta_{*m} = 14,9^\circ$ .

Для перевірки результатів виконаємо моделювання рівняння (6.1) для  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}, c^{-1}$  з додаванням малого демпфування:

$$I_y \ddot{\theta} + 1 \cdot 10^{-5} \dot{\theta} + N_4 \theta = \dot{H}$$

Результати наведено на Рис.6.1.

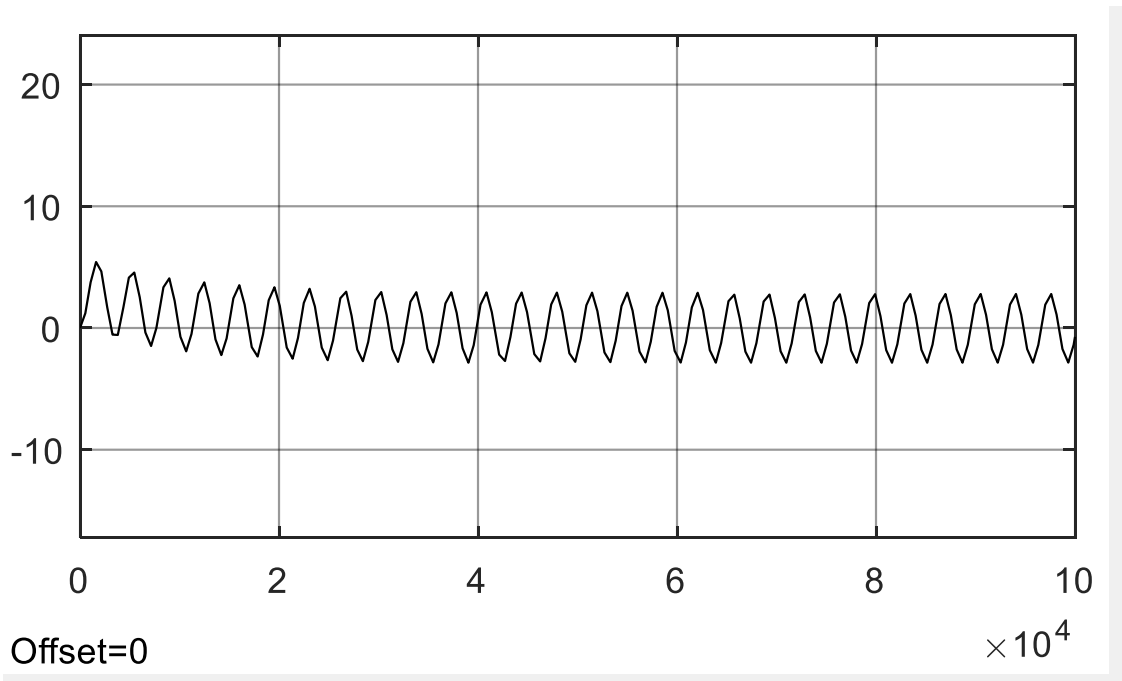


Рис.6.1

Бачимо достатньо суттєвий вплив розгону двигуна на точність стабілізації.

### 6.1.2 Просторовий рух МС

Запишемо лінеаризовані рівняння

$$I_z \ddot{\psi} - N_1 \dot{\phi} + N_2 \psi = M_{z1};$$

$$I_y \ddot{\theta} + N_4 \theta = \dot{H} + M_{y1};$$

$$I_x \ddot{\phi} + N_1 \dot{\psi} + N_3 \phi = M_{x1}.$$

Результати моделювання для  $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}, c^{-1}$  наведено на Рис.6.2

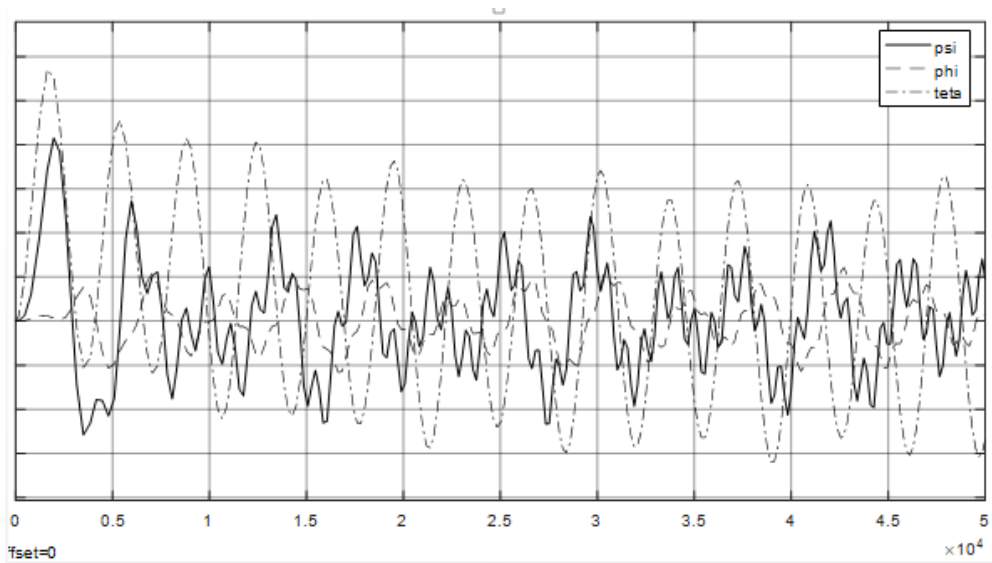


Рис.6.2

Для порівняння на Рис.6.3 зображено похибки при сталому кінетичному моменті.

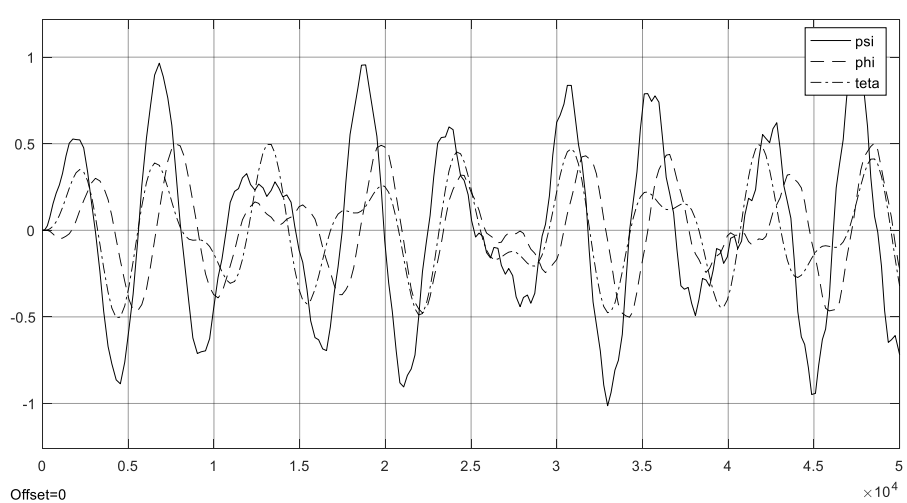


Рис.6.3

Для аналізу впливу розгону при наявності розсіяння енергії моделювалася система

$$I_z \ddot{\psi} - N_1 \dot{\phi} + 5 \cdot 10^{-4} \dot{\psi} + N_2 \psi = M_{z1};$$

$$I_y \ddot{\theta} + 5 \cdot 10^{-4} \dot{\theta} + N_4 \theta = \dot{H} + M_{y1};$$

$$I_x \ddot{\phi} + N_1 \dot{\psi} + N_3 \phi = M_{x1}.$$

Результати моделювання представлені на Рис.6.4

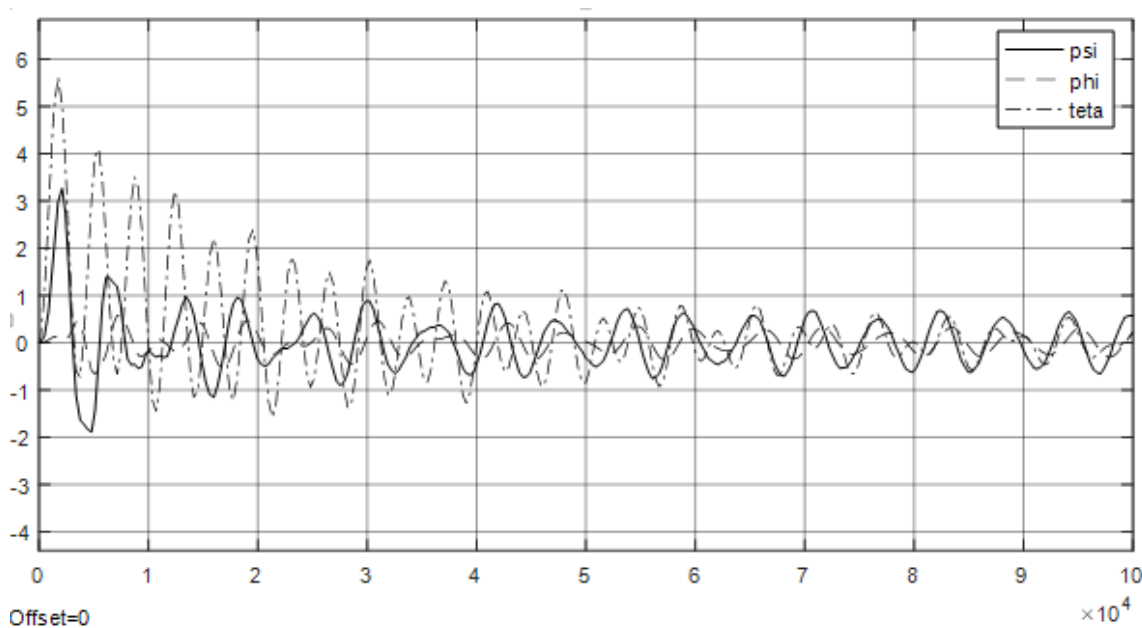


Рис.6.4

Графіки на Рис.6.4 наближаються до графіків на Рис.6.3.

Тобто, з проведеного аналізу можна зробити висновок про необхідність врахування етапу розгону на точність стабілізації. Цей вплив при відсутності демпфування в системі залишається і після завершення розгону. Враховуючи наявність в реальних умовах розсіювання енергії (навіть малого) через певний час цей вплив можна не враховувати.

## 6.2 Дослідження зміни параметрів на стійкість системи

### 6.2.1 Зміна параметру Н

Варто дослідити як зміна параметра Н впливає на стійкість мікросупутника з тангажним двигуном:

```

%Init_tang_dvig_2
clc
clear
wo=0.001083;
m=2; h=2; I1=m*h^2;
H=0
Ix=1.1+I1; Iy=1.2+I1; Iz=1;
N1=-H-(Iz-Iy+Ix)*wo; N2=(H+(Iy-Ix)*wo)*wo; N3=(H-4*(Iz-
Iy)*wo)*wo;
N4=3*(Ix-Iz)*wo^2;

```

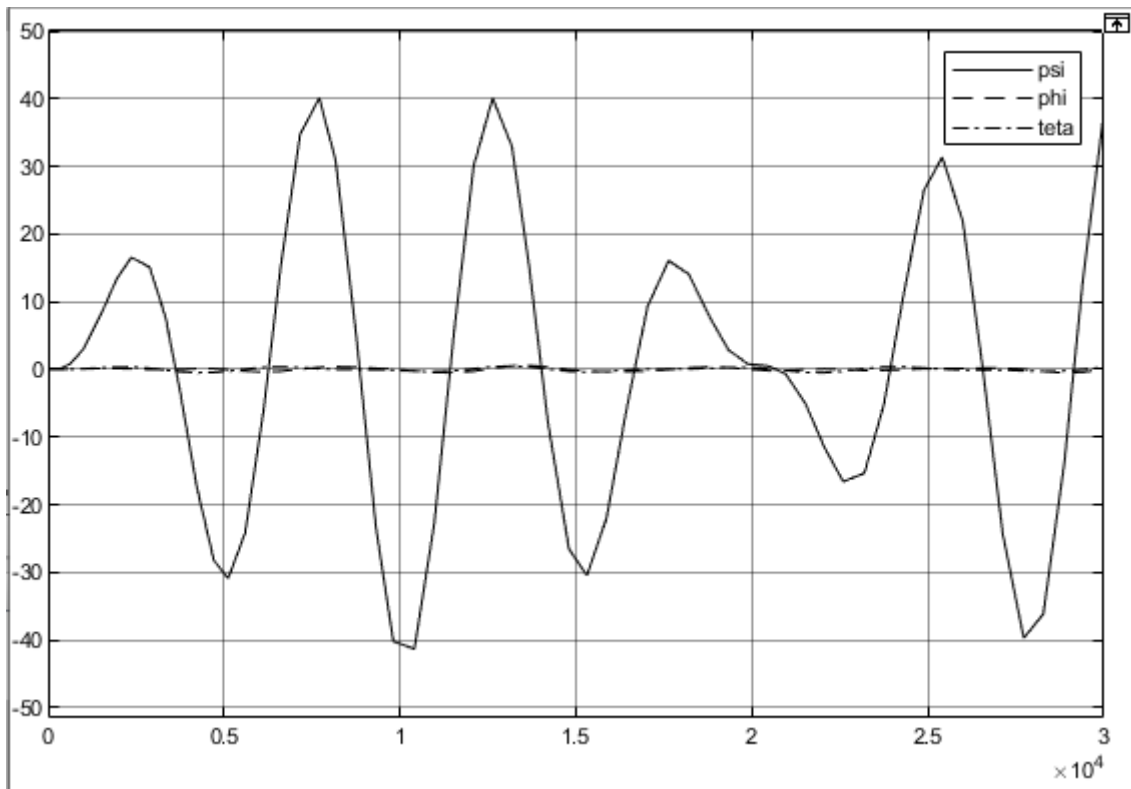


Рис.6.5 Похибки стабілізації при  $H=0$

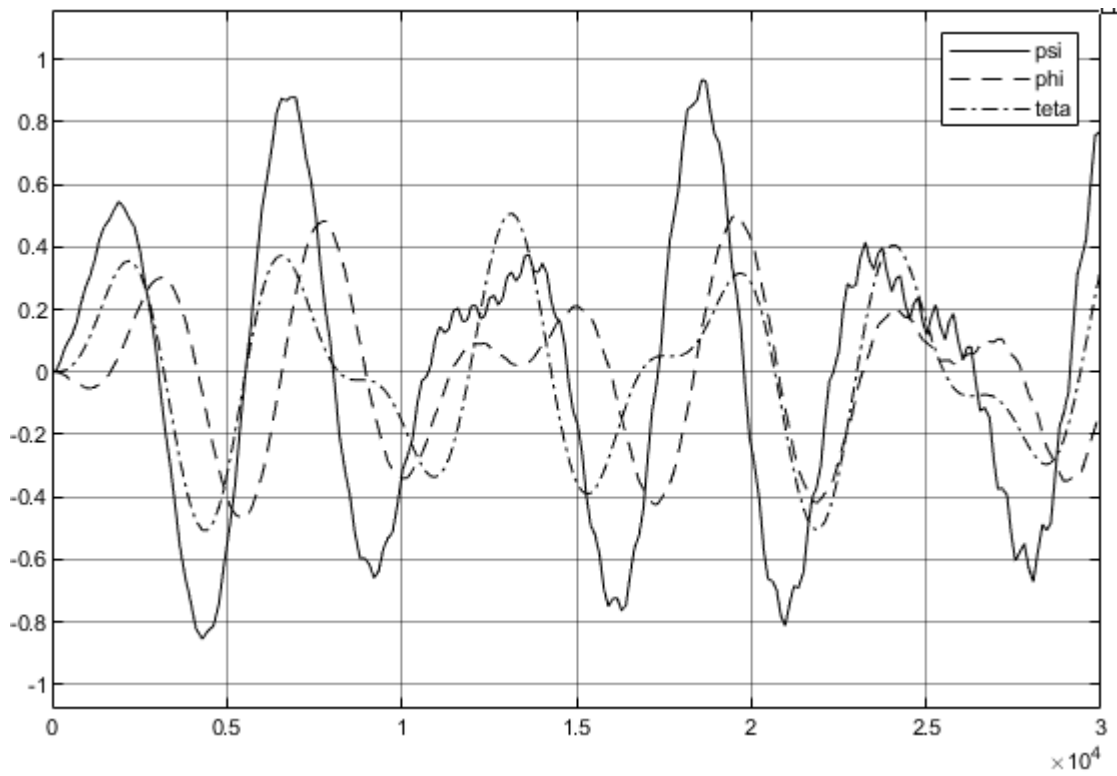


Рис.6.6 Похибки стабілізації при  $H=0.015$

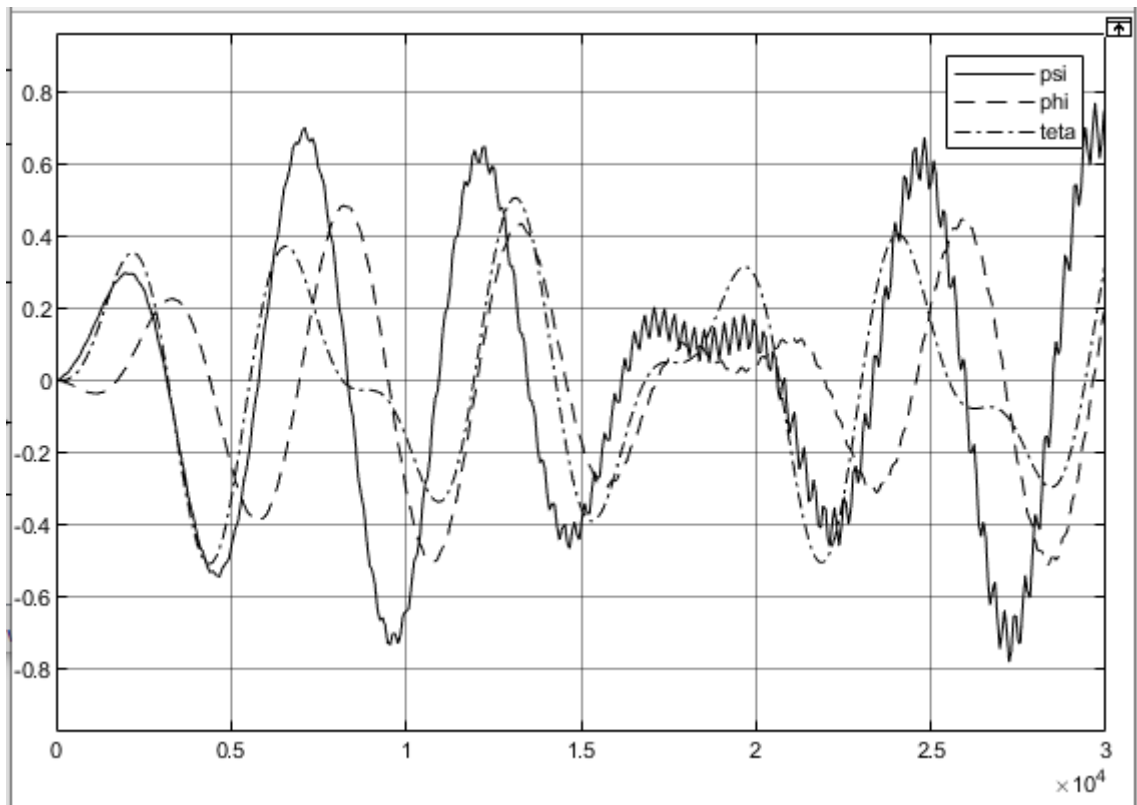


Рис.6.7 Похибки стабілізації при  $H=0.03$

З вищезазначеного можна зробити висновок, що збільшення параметру  $H$  зменшує значення похибок, проте не можна безконтрольно збільшувати його. Він обмежений конструктивними можливостями та економічною доцільністю.

### 6.2.2 Підбір значень осьових моментів інерції

Роздивимося підбір значень осьових моментів інерції. В правильній стійкій або системі, що знаходиться на границі стійкості має виконуватися рівність:

$$I_y > I_x > I_z$$

Тому варто обирати значення моментів інерції саме за таким принципом, щоб виконувалося критерій Гурвіца.

Роздивимося ситуація, коли він не виконується, а  $I_x > I_y$ .

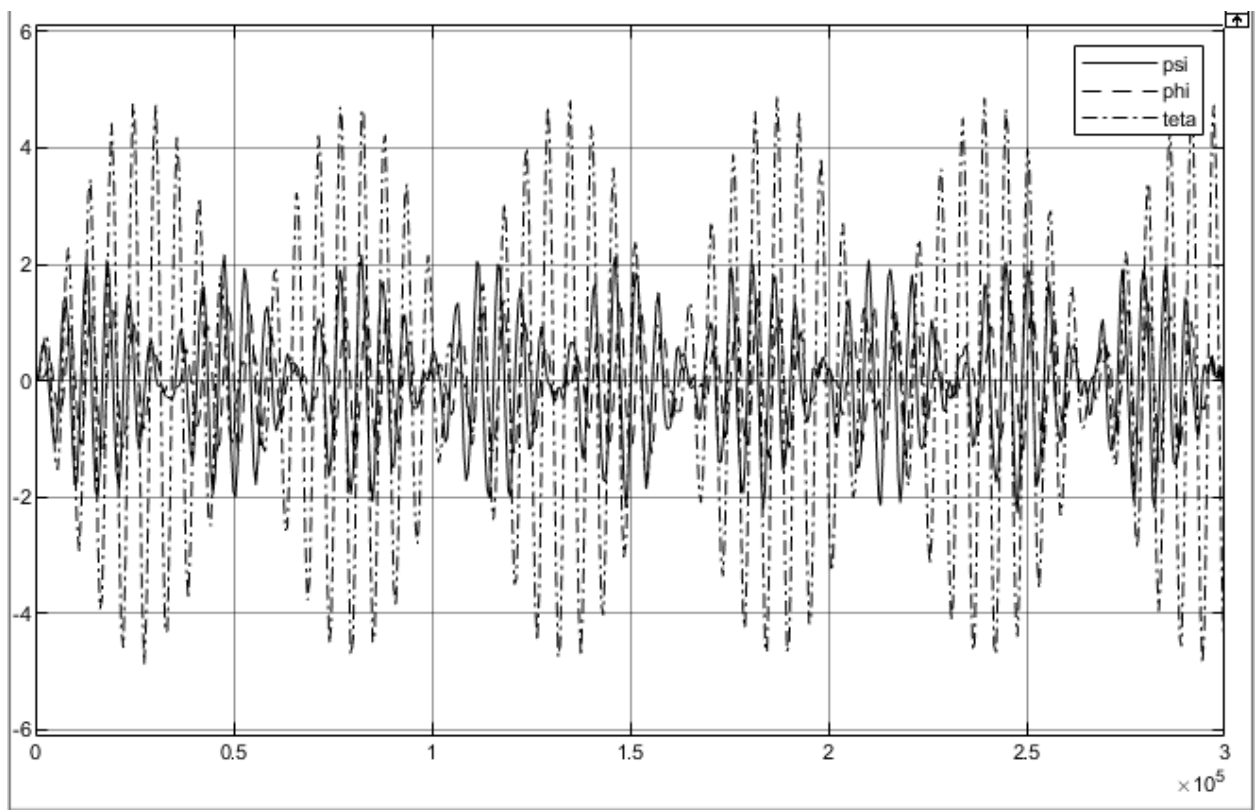


Рис.6.8 Похибки стабілізації при  $I_x > I_y$

З графіку стає видно, що система починає циклічно втрачати стійкість, а значить мікросупутник починає здійснювати перекиди.

### 6.2.3 Зміна параметру $m$

Роздивимося як впливає зміна  $m$  маси вантажа на стійкість системи:

```
%Init_tang_dvig_2
```

```
clc
```

```
clear
```

```
wo=0.001083;
```

```
m=2; h=2; I1=m*h^2;
```

```
H=0
```

```
Ix=1.1+I1; Iy=1.2+I1; Iz=1;
```

```
N1=-H-(Iz-Iy+Ix)*wo; N2=(H+(Iy-Ix)*wo)*wo; N3=(H-4*(Iz-
```

```
Iy)*wo)*wo;
```

```
N4=3*(Ix-Iz)*wo^2;
```

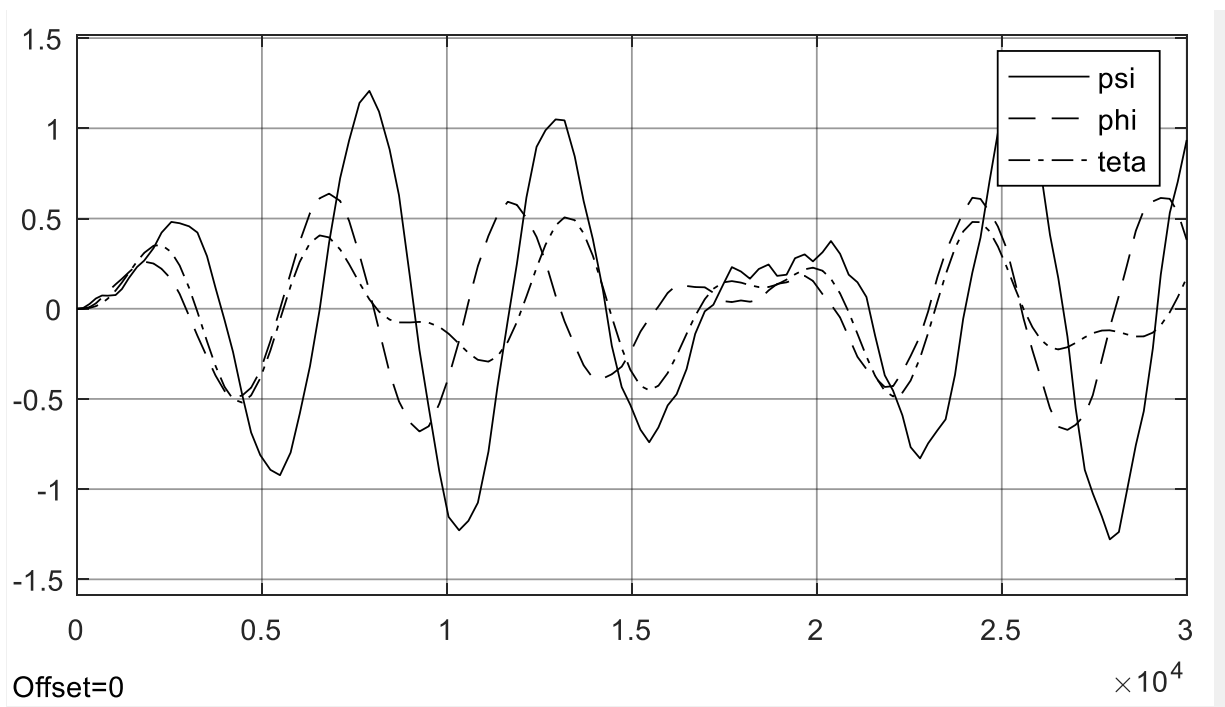


Рис.6.9 Похибки стабілізації при  $m=2$  кг



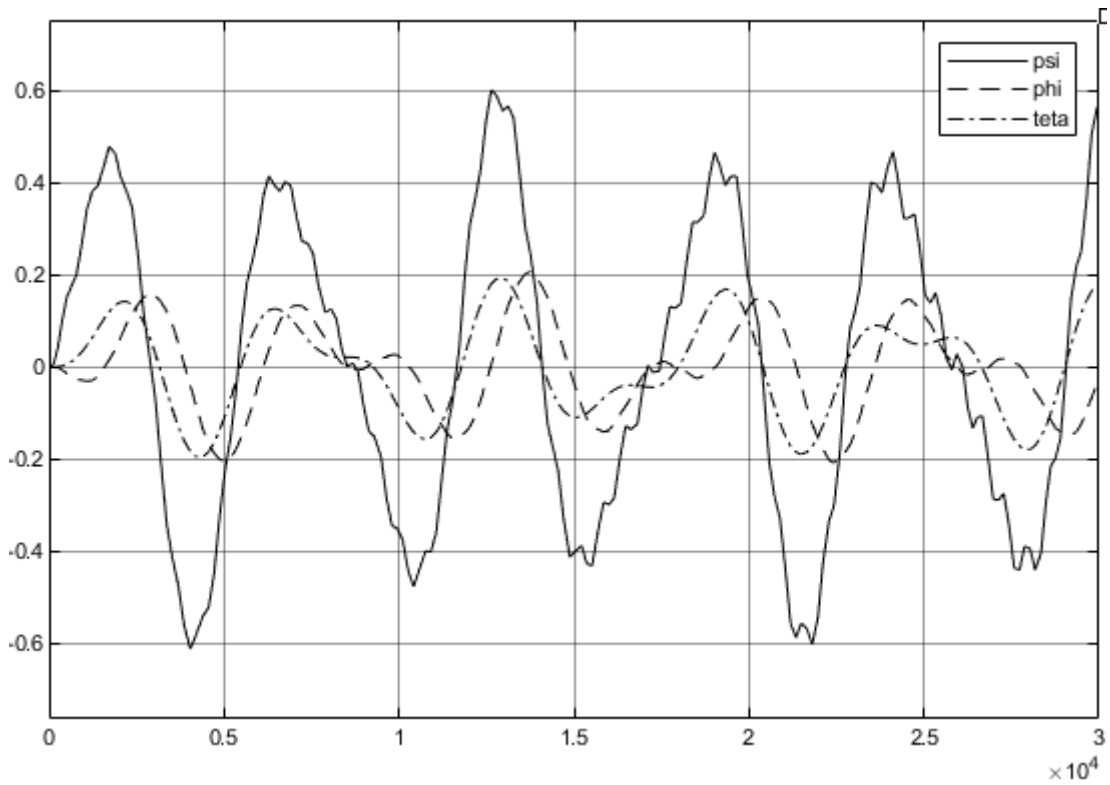


Рис.6.10 Похибки стабілізації при  $m=5$  кг

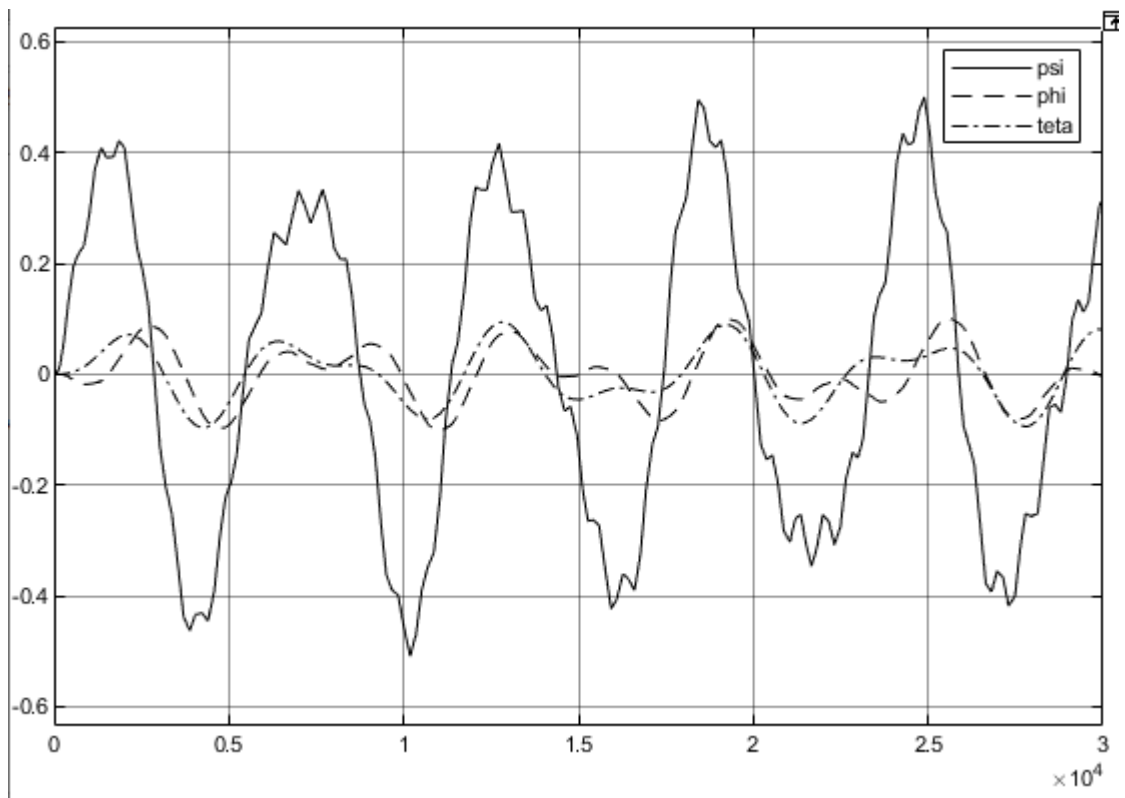


Рис.6.11 Похибки стабілізації при  $m=10$  кг

Як видно з рисунків (Рис.6.9-11) збільшення маси зменшує похибку. Проте кожне наступне збільшення вантажу дає меншу ефективність. Також варто зазначити, що маса вантажу обмежена

конструктивними міркування. Тому, збільшення вантажу не може бути прийнято, як міру зменшення похибок стабілізації мікросупутника.

### **Висновки по розділу**

З проведеного аналізу можна зробити висновок про необхідність врахування етапу розгону на точність стабілізації. Цей вплив при відсутності демпфування в системі залишається і після завершення розгону. Враховуючи наявність в реальних умовах розсіювання енергії (навіть малого) через певний час цей вплив можна не враховувати. Також треба дуже ретельно підходити до вибору значень параметрів.

## 7. Розроблення стартап-проекту

### 7.1 Опис ідеї проекту

Таблиця 7.1.

#### Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Продаж мікросупутників з тангажним двигуном	Дистанційне зондування Землі	Зменшення вартості дослідження
	Астрономічні спостереження	Зменшення вартості дослідження
	Дослідження геофізичних полів	Зменшення вартості дослідження
	Відпрацювання новітніх технологій і методів	Зменшення вартості дослідження

Таблиця 7.2.

#### Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики	(потенційні) товари/концепції конкурентів		W (слабка сторона)	N (нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
		Мій проект	Конкурент			
1.	Вид системи стабілізації	пасивна	активна	мала стійкість по відношенню до збурюючих моментів	-	Відсутня витрата робочого тіла
				Необмежений термін служби	-	-

## 7.2 Технологічний аудит

Таблиця 7.3.

### Технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технології	Доступність технології
1	Мікросупутник з тангажним двигуном	Пасивна система стабілізації - тангажний двигун	Наявна	Доступна, можна придбати
		мікросупутник	Наявна	Доступна, можна придбати

Технологічна реалізація проекту можлива через наявність потрібних технологій на ринку та вільному доступу до них.

## 7.4 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проект

Таблиця 7.4.

### Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проект

№ п/п	Показники стану ринку	Характеристики
1	Кількість головних гравців, од	6 основних
2	Загальний обсяг продажів, ум.од	\$1,887 млрд
3	Динаміка ринку	Зростає, 21,8% в рік
4	Наявність обмежень для входу	Технологія
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	<u>ISO/TS 20991</u>
6	Середня норма рентабельності, %	225%

Таблиця 7.5.

### Характеристика потенційних клієнтів стартап-проект

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Вимоги споживачів до товару
1	Послуги зв'язку	Інформаційні компанії	Довговічність, ціна обслуговування, ціна продукту

*Продовження Таблиці 7.5*

2	Дистанційне зондування Землі	Державні установи	Довговічність, ціна обслуговування, ціна продукту
3	Відпрацювання новітніх технологій і методів	Університети	Довговічність, ціна обслуговування, ціна продукту

*Таблиця 7.6*

Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Ринок	Перенасичення	Розробка понятійно нового
2	Конкуренти	Більші обсяги виробництва	Реструктуризація виробництва

*Таблиця 7.7*

Фактори можливостей

№п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Ціна	Більше клієнтів	Нарощення клієнтської бази
2	Нова технологія	Зменшення собівартості	Доведення до досконалості

*Таблиця 7.8.*

Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
1. Чиста конкуренція	Багато компаній	Можливість вийти на ринок
2. світовий рівень конкурентної боротьби	Рідкісний товар	Нові ринки збуту
3. Міжгалузєва	Застосовуються МС в різних галузях	Розширення клієнтської бази
4. Товарно-видова конкуренція	Тільки супутники можуть виконувати такі завдання	Здешевлення товару

5.Цінова конкурентна перевага	Кінцева ціна впливає на вибір споживача	Здешевлення товару
-------------------------------	---	--------------------

Таблиця 7.9

## Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товари - заміники
	Northrop Gruman, Raytheon, Surrey Satellite Technologies, Sierra Nevada Corp, Clyde space	-	WELL-SUN Smooth Ornament	Інформаційні компанії, державні підприємства, університети	-
Висновки	Висока конкуренція	Є можливості входу на ринок, потенційних конкурентів немає	Не диктують	Не диктують	Обмежень немає

Таблиця 7.10.

## Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	1) Обґрунтування
1	Нижча ціна	Приваблює більше клієнтів
2	Довговічність	Працює довше до заміни

Таблиця 7.11.

## Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні з МС з тангажним двигуном						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
	Нижча ціна	15		+					
	Довговічність	15	+						

Таблиця 7.12.

## SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Менша ціна Досконала технологія	Слабкі сторони: Перенасичення ринку Малі обсяги виробництва
Можливості: Нарощення клієнтської бази Вихід на світовий рівень	Загрози: Багато конкурентів Неможливість виконати всі замовлення

Таблиця 7.13.

## Ринкова поведінка

№ п/п	Альтернативна ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Розширення штату	100%	3-4 місяці
2	Вдосконалення технології	80%	1-1,5 року

## 7.4 Розроблення ринкової стратегії

Таблиця 7.14.

## Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Інформаційні компанії	висока	високий	середня	просто
2	Державні установи	висока	високий	висока	середнє
3	Університети	середня	середній	невелика	складно
Які цільові групи обрано: Інформаційні компанії та державні установи					

Обрано диференційований маркетинг.



Таблиця 7.15.

## Визначення базової стратегії розвитку

№ п/п	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції	Базова стратегія розвитку
1	Робота на Інфо компанії та держ утанови	За Ж.Ж. Ламбеном	Ціна, довговічність	Диференціації

Таблиця 7.16.

## Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№ п/п	Чи є проект «першопрхідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики повару конкурента?	Стратегія конкурентної поведінки
1	Ні	І те, і те	ні	Стратегія лідера

Таблиця 7.17.

## Визначення стратегії позиціонування

№ п/п	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитк	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проект
1	Невисока ціна, довговічність	Стратегія диференціації	Порівняна дешевизна та довговічність

## 7.5 Розроблення маркетингової програми.

Таблиця 7.18.

### Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
1	Випробування у космосі	Доступ	Нижча ціна, довговічність
2	Доступ до зв'язку	Надання техніки	Нижча ціна, довговічність

Таблиця 7.19.

### Визначення меж встановлення ціни

№ п/п	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
1	-	20 000\$	млн\$	10 000 – 15 000\$

Таблиця 7.20.

### Концепція маркетингових комунікацій

№ п/п	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1	Закриті підприємства, державна таємниця, тендери	Особиста зустріч, електронна пошта	Проінформувати про існування товару	Виділення переваг

### **Висновки по розділу**

В розділі було проведено аналіз ринкової стратегії та розроблено попередню концепцію впровадження проекту. Було виявлено, що проект має можливість ринкової комерціалізації через наявність попиту та рентабельність роботи. Присутні перспективи впровадження з огляду на потенційні групи клієнтів, невисокий бар'єр входження та конкурентоспроможність проекту.

## **Висновки**

1. Введення гравітаційного стабілізатора несуттєво впливає на максимальну похибку за кутом ристання, але дозволяє зменшити максимальні похибки стабілізації за кутами тангажу та крену.

2. Ведення тангажного двигуна дозволяє зменшити максимальну похибку стабілізації за кутами ристання та крену. На похибку стабілізації за кутом тангажу ведення тангажного двигуна не впливає.

3. Одночасне використання гравітаційного стабілізатора та тангажного двигуна дозволяє зменшити похибки за всіма кутами

### Список використаної літератури

1. Michael D. Griffin, James R. French, Space Vehicle Design, Second Edition. – Virginia Polytechnic Institute and State University, 2004. – 682 pp.;
2. Гущин В.Н. Основы устройства космических аппаратов: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 2003. – 272 с., ил.;
3. Каргу Л.И. Системы угловой стабилизации космических аппаратов. – М: Машиностроение, 1980. – 172 с., ил.;
4. Marcel J. Sidi, Spacecraft Dynamics and Control, A Practical Engineering Approach. – Cambridge University Press, 1997. – 428 pp.;
5. James R. Wertz, Spacecraft Attitude Determination and Control. – Kluwer Academic Publishers, 1978. – 882 pp.;
6. Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. – М.: Наука, 1976. – 72 с.;
7. Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением./ Ю.П. Артюхин, Л.И. Кургу, В.Л. Симаев. – М.: Наука, 1979. – 297 с.;
8. Иосифьян А.Г. Электромеханика в космосе, серия космонавтика и астрономия. – М.: Знание, 3/1977.;
9. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.;
10. Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением./ Ю.П. Артюхин, Л.И. Кургу, В.Л. Симаев. – М.: Наука, 1979. – 297 с.;
11. Попов В.И. Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов, 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с., ил.;
12. Движение по орбитам./ А. Рой; Перевод с английского С.А. Мирера; Под редакцией В.А. Сарычева. – М.: Мир, 1981. – 553 с.;

13. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука, 1965. – 416 с.;
14. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении, 3-е изд., дополненное и переработанное. – М.: Наука, 1980. – 512 с.;
15. Основы механики космического полета: Учеб. Пособие / Д.Е. Охоцимский, Ю.Г. Сихарулидзе. – М.: Наука, 1990. – 448 с.;
16. Спутник для научных и технологических экспериментов «МС-КПИ», Пояснительная записка, Спутник. – К., 2006.;
17. Рыжков Л.М., Якимов С.А. Динамика микроспутника с тангажным двигателем маховиком // Эффективные инструменты современных наук, 2009.;
18. Рыжков Л.М., Якимов С.О. Аналіз динаміки мікросупутника з тангажним двигуном // Інформаційні системи, механіка та керування, 2009.;
19. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.: іл.;
20. Mark Campbell, Gyroscopic effect of Momentum Wheel // Attitude Determination and Control, 2001.;
21. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования: 2-е издание. – К.: Высшая школа, 1989. – 431 с.
22. Пушков Н.В., Долгинов С.Ш. Исследование магнитного поля земли на искусственных спутниках и ракетах // Успехи физических наук, 1957.
23. K.L. Musser, L.E. Ward. Autonomous spacecraft attitude control using magnetic torquing only. In Flight Mechanics Estimation Theory Symposium, NASA, 1989.